Сотникова Татьяна Дмитриевна
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение гимназия №56
город Томск

ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ
«МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ»

Пояснительная записка

В настоящее время потребности общества выдвигают на первый план не только обеспечение усвоения учащимися определенной информации, но и проблему развития обучаемых. Сейчас ведется настойчивый поиск путей совершенствования форм и методов обучения, в том числе и математике. Внедрение в школу общеобразовательных стандартов обязывает научить каждого ученика решению задач определенного уровня сложности и развивать их творческие способности. Одной из составных частей подготовки учащихся является обучение решению задач.

По своему научному содержанию математика располагает богатыми возможностями для развития учащихся. Основным средством развития учащихся при обучении математике являются задачи. Как организовать деятельность учащихся по решению задач? Как обучать решению задач, какими методами и способами?

Чтобы учащиеся успешно усвоили тот или иной учебный материал по математике, они должны уметь решать задачи, а для формирования умения решать задачи недостаточно усвоения ими определенного запаса математических фактов. С этой целью необходимо специально ставить задачу формирования у учащихся умений решать задачи. Хорошо об этом сказал математик и педагог Д. Пойа: «Что означает овладение математикой? Это есть умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности».

Формирование математических умений у учащихся – одна из главных целей обучения математике. В процессе изучения математики формируются различные математические умения и одна из основных математических умений является умение решать задачи.

Целью программы является формирование умений решать задачи.

Задачи:

- рассмотреть систему заданий, ориентированных на обучение решению задач;
- использовать специальные приемы работы на каждом этапе процесса решения задачи.

Данная программа рассчитана 25 часов для работы с обучающимися 5-8 классов.

По завершению курса – выполнение зачетной работы по решению задач.

Содержание теоретического раздела программы

1. Этапы решения задач (1 ч)

Понятие процесс и его результат. Строение задачи. Четыре этапа решения задачи. Решение задач на каждом этапе.

2. Анализ текста задачи (2 ч)

Анализ задачи на первом этапе процесса решения задачи. Формы предъявления задач. Виды работ над текстом задачи. Расчленение текста задачи на условие и вопрос. Нахождение необходимых данных для ответа на поставленный вопрос задачи. Составление задачи по ее вопросу. Составление краткой записи задачи с помощью таблицы, схемы, строчки или столбца, рисунков, чертежей.

3. Поиск способа решения задачи (1 ч)

Второй этап процесса решения задачи. План решения задачи. Прием поиска способа решения задачи. Перевод текста задачи на язык математики.

4. Оформление способа решения задачи (2 ч)

Третий этап процесса решения задачи. Образцы оформления найденных способов решения задачи.

5. Завершение работы над задачей (2 ч)

Четвертый этап процесса решения задачи. Соотношение условия задачи, ее вопроса и полученный результат. Составление задач, обратных данной.

6. Организация работы над задачей (3 ч)

Разбор возможных приемов работы с учащимися по формированию умения решать задачи на примере одной из задач.

Содержание практического раздела программы

7. Практикум (12 ч)

Решение задач по группам:

- на «работу»;
- на «движение»;
- на «было, изменили, стало»;
- разные задачи.

8. Зачетная работа (2 ч)

Учебно-тематический план

Содержание	Теория	Практика
Этапы решения задачи	1	-
Анализ текста задачи	1	-
Составление краткой записи задачи	-	1
Нахождение способа решения задачи	1	-
Оформление найденного способа решения задачи	1	1
Завершение работы над задачей	1	-
Составление задач, обратных данной	-	1
Организация работы над задачей	1	2
Решение задач на «работу»	-	3
Решение задач на «движение»	-	3
Решение задач на «было, изменили, стало»	-	3
Решение разных задач	-	3
Зачетная работа	-	2
ИТОГО:	6	19

Формы работы: фронтальная, индивидуальная, парная, групповая.

Средства активизации: живое слово учителя, практические и индивидуальные работы, создание проблемных ситуаций, поисковая работа.

Формы диагностики уровня знаний, умений и навыков: выполнение практических работ.

При завершении данного курса обучающиеся должны уметь:

I. УМЕНИЕ АНАЛИЗИРОВАТЬ ТЕКСТ ЗАДАЧИ:

1) внимательно читать задачу;

2) проводить первичный анализ текста задачи: выделять вопрос и условие;

3) оформлять краткую запись текста задачи;

4) выполнять чертежи, рисунки по тексту задачи.

II. УМЕНИЕ ПРОВОДИТЬ ПОИСК СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ:

1) проводить вторичный (более детальный) анализ текста задачи: выделять данные и искомые, устанавливать связи между данными и искомыми, между данными, между искомыми;

2) переводить словесный текст задачи на математический язык;

3) устанавливать полноту постановки задачи;

4) актуализировать теоретические знания, необходимые для решения задачи;

5) осуществлять поиск и находить план решения задачи.

III. УМЕНИЕ ОФОРМЛЯТЬ НАЙДЕННЫЙ СПОСОБ ЕЕ РЕШЕНИЯ:

1) записывать найденный способ решения;

2) записывать результат решения задачи.

IV. УМЕНИЕ ИЗУЧАТЬ НАЙДЕННОЕ РЕШЕНИЕ:

1) осуществлять контроль решения задачи;

2) давать оценку результатам решения задачи;

3) заканчивать работу над задачей: уяснять способ решения, получать выводы по задаче и решению и т.п.;

4) составлять новые задачи.

Учебно-методическое обеспечение

Методические рекомендации по теме «Этапы решения задачи»

Термином «решение задачи» в методике преподавания математики часто обозначают 2 понятия: сам процесс и его результат. Необходимо строго различать процесс решения задачи (деятельность человека по решению задачи), план (способ, метод) решения задачи, решение задачи (результат выполнения плана решения).

Процесс решения задачи можно рассмотреть с разных сторон и с разной целью:

- как начинать этот процесс, как его вести, как поддерживать, где заканчивать;
- как помогать учащимся во время процесса решения задачи;
- сколько и каких задач предлагать учащимся?

На основе анализа содержания понятия «процесс решения задачи» сохраняется традиционно установившиеся четыре этапа:

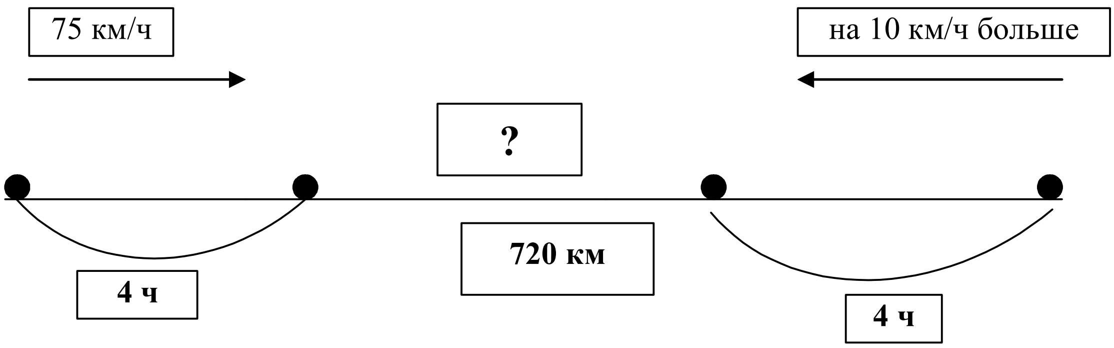
1. Изучение и проведение анализа текста задачи.
2. Проведение поиска способа ее решения.
3. Оформление найденного способа решения задачи.
4. Изучение найденного решения задачи.

Выделенные этапы процесса решения задачи служат ориентировочной основой, опираясь на которую, учитель управляет учебной деятельностью учащихся по формированию умений решать задачи. Каждый этап имеет свои ориентиры, которые постепенно сообщаются учащимся и формируются у них в процессе обучения математике.

На первом этапе происходит осознание условия и вопроса задачи, анализ ее состава.

Например, задача: *«С двух станций, расстояние между которыми 720 км вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость первого-75* *км\ч, а второго на 10 км\ч больше скорости первого. На каком расстоянии друг от друга будут поезда через 4 часа?».*

Действия учителя – ориентировать учащихся на выделение условия и вопроса. Обратиться с просьбой прочитать вопрос задачи, затем ее условие. Постепенно учащиеся самостоятельно выделяют условие и вопрос задачи, что является шагом к проведению более детального анализа текста задачи. Здесь же необходимо выполнить краткую запись, чертеж задачи.



Выполняя чертеж, учащиеся выделяют искомое (расстояние между поездами), данные (720 км, 75 км/ч, 10 км/ч, 4 ч), связи между данными (поезда движутся навстречу друг другу, скорость второго поезда на 10 км/ч больше скорости первого поезда). Фактически идет переход ко второму этапу процесса решения задачи. С целью актуализации знаний, необходимых для решения задачи задавать вопросы: «Как найти расстояние, зная скорость и время?». «Как найти расстояние между поездами?; «Как найти скорость сближения поездов?». Перевод текста задачи на математический язык в результате проведенной работы почти завершен. вся деятельность учащихся по решению задачи нацелена на отыскание идеи решения.

Анализ проводится до тех пор, пока не возникает какая-нибудь идея решения. Если идея решения задачи в процессе анализа возникает быстро, то анализ длится недолго, проходит свертывание процесса анализа. Найдя идею будущего решения, учащиеся применяют ее к конкретным условиям заданной

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

задачи. Идея решения была высказана учащимися и реализована: найти путь, пройденный обоими поездами за 4 ч, затем найти искомое расстояние.

Второй этап – этап поиска способа решения задачи, который является наиболее сложным. Для решения задачи необходимо выбрать какой-нибудь метод (принцип). Этот метод может выражаться в виде алгоритма или эвристического приема. Для того, чтобы привлечь метод или эвристический прием для решения задачи, необходимо провести два вида переформулирования: а) надо переформулировать само условие так, чтобы появилась возможность применения этого метода для решения задачи, б) необходимо в этом методе выявить такие моменты, так его конкретизировать, чтобы увидеть возможности применения

На третьем этапе процесса решения задачи происходит практическая реализация и оформление записи найденного способа решения задачи. А именно:

1) 75 + 10 = 85 (км/ч) – скорость второго поезда;

2) 75 + 85 = 160 (км/ч) – скорость сближения;

3) 160 · 4 = 640 (км) – расстояние, на которое сблизились поезда;

4) 720 - 640 = 80 (км) – расстояние между поездами.

Ответ: расстояние между поездами 80 км.

Очень часто процесс решения задачи на этом заканчивается, так как решение в собственном смысле этого слова завершено, но работу над задачей нельзя считать завершенной: необходимо провести проверку правильности полученного результата и анализ решения. Например, предложить составить задачу, обратную данной, с вопросом: «Каково расстояние между станциями?».

Учащиеся могут составить такие обратные задачи:

1) С двух станций вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость первого поезда – 75км/ч, а скорость второго – на 10 км/ч больше скорости первого. Через 4 ч им до встречи осталось 80 км. Каково расстояние между станциями?

2) С двух станций вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость первого поезда – 75км/ч, а скорость второго – 85 км/ч. Через 4 ч расстояние между ними стало 80 км. Каково расстояние между станциями?

Организация **четвертого этапа** процесса решения задачи может быть проведена путем постановки вопросов типа: «В чем состоит идея решения?»; «Как решалась задача?»; «Как решить аналогичную задачу?». При ответах на эти вопросы учащиеся повторяют способ решения задачи, в лучшем случае – воспроизводят план решения задачи. Заключительный этап имеет важное значение для расширения и углубления знаний, усвоения понятий, для выработки навыков контроля, а самое главное для обучения решению Процесс решения задачи может быть представлен схематически следующим образом.

Приемы по решению задач на каждом этапе процесса решения

Одной из особенностей методики обучения учащихся решению задач является организация специальной работы на первом и четвертом этапах.

При решении каждой задачи и в процессе решения всех задач, необходимо заботиться о том, чтобы у учащихся формировались знания о задачах. Это позволяет им сознательно и целенаправленно проводить анализ текста задачи, находить способ ее решения, овладеть общим подходом к решению задач.

1. Приемы формирования умений анализировать текст задачи

Проведение анализа текста задачи – один из главных моментов процесса ее решения. При решении задачи учащиеся должны усвоить условие задачи, овладеть теми понятиями, на которые они будут опираться при ее решении, осознать цель и выбрать в связи с этим способ решения. Это этап ориентировки в условии задачи, этап анализа текста задачи.

Необходимо формировать у учащихся на первом этапе процесса решения задачи следующие умения:

1. Внимательно читать текст задачи.
2. Проводить первичный анализ текста задачи: выделять вопрос и условие

задачи.

3. Оформлять краткую запись текста задачи.
4. Выполнять чертежи, рисунки по тексту задачи.

Одной из особенностей работы по обучению учащихся решению задач является использованием учителем специальных приемов, способствующих обучению учащихся чтению текста задачи. А именно:

- хорошее чтение текста задачи учителем, показ образцов правильного чтения задачи;
- обращение специального внимания учащихся на необходимость внимательного чтения задачи, предоставление им необходимого времени для прочтения ее текста;
- проведение специальной работы над текстом задачи по усвоению его содержания.

Задача учителя-помочь учащимся вчитаться в текст задачи, выделить главное в нем. Постоянно обращается внимание учащихся на важность ясного и точного понимания вопроса, не ограничиваться стереотипным обращением к ним: «Что спрашивается в задаче?». Именно с вопроса начинается процесс мышления, поэтому важно не только выделить вопрос задачи, но и стремиться понять его, изучить цель, поставленную вопросом задачи. От непонимания какого-либо одного слова в вопросе может быть не понят и весь вопрос, а это повлечет непонимание задачи и обусловит трудности при ее решении.

Учащиеся должны четко представлять, что каждая задача состоит из вопроса и условия, должны уметь находить и понимать вопрос задачи, устанавливать связь между условием и вопросом, понимать, что без вопроса нет задачи и что в задаче вопрос должен быть поставлен в соответствии с условием.

При обучении учащихся умению выделять условие и вопрос задачи в процессе ее решения следует использовать прием, направленный на постановку вопроса задачи по ее условию. Суть заключается в следующем: учащимся дается неполный текст задачи (условие задачи без вопроса) и предлагается сформулировать вопрос задачи по ее условию или все возможные вопросы по ее условию. Достигается это постановкой перед учащимися заданий типа: «Сформулируйте вопрос задачи и укажите способ ее решения» или «Сформулируйте все возможные вопросы задачи и решите одну из них».

Например, в условии задачи сказано: «Скорость теплохода 45 км/ч, а скорость электровоза на 90 км/ч больше». Какой вопрос можно поставить к этому условию, чтобы получить задачу? Что еще можно узнать по этим данным? Каким действием решается задача? В результате выполнения такого задания учащиеся сформулируют такие вопросы:

- На сколько километров в час скорость электровоза (теплохода) больше (меньше) скорости теплохода (электровоза)? (Задача решается действием вычитания).

- Во сколько раз скорость электровоза больше скорости теплохода? (Задача решается действием деления).

В ходе проведения первичного анализа задачи там, где это необходимо и целесообразно, оформляется краткая запись задачи. Фактически краткая запись задачи является результатом фиксации проведения первичного анализа текста задачи. Краткая запись служит не только хорошей формой, организующей глубокий и планомерный анализ задачи, но и хорошим средством для уяснения, понимания содержания задачи, зависимости между данными и искомыми, для облегчения поиска путей решения задачи.

Краткая запись может служить формой фиксации анализа задачи. Например, задача: *«Поле состоит из трех участков. Площадь первого участка на 324 га или в 4 раза <u>больше</u> площади второго, а площадь третьего участка 256 га. Какова площадь всего поля?»*. Краткая запись:

I – на 324 га больше, чем
II
III – 256 га

или в 4 раза больше, чем

?

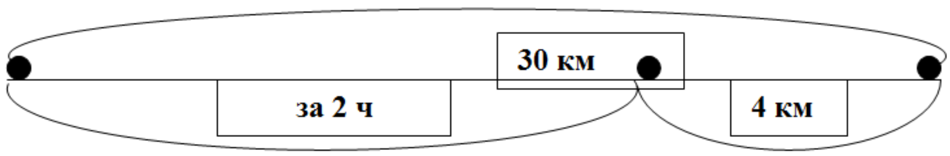
Краткая запись может служить средством, отражающим содержание задачи. Задача: «В одном элеваторе было зерна в 2 раза больше, чем в другом. Когда из первого элеватора вывезли 580 т зерна, то после этого в двух элеваторах стало 2360 т. сколько тонн зерна было в каждом элеваторе первоначально?». Краткая запись:

	Было	Изменили	Стало
I	В 2 раза больше, чем	580 т	2360 т
II			

При решении задач на движение, нахождение числа по его части или доле данного числа, вычисление площади или объема фигур, почти всегда требуется выполнение чертежей, рисунков. Выполняя чертеж (рисунок), учащиеся глубже вдумываются в содержание задачи, наглядно представляют его, скорее находят путь к решению задачи.

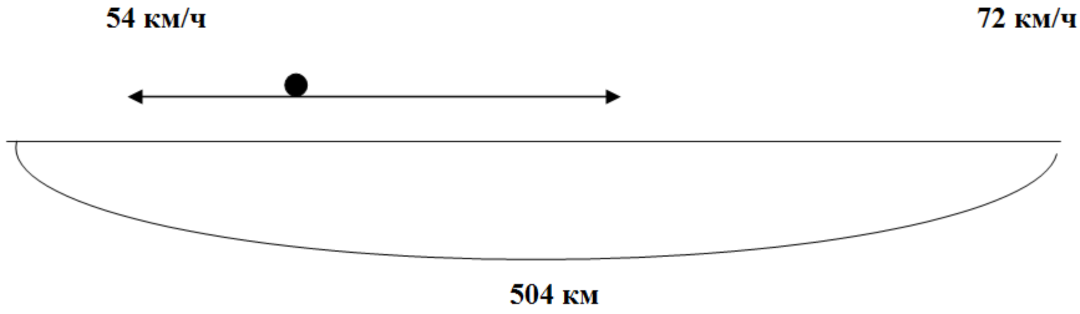
Для формирования у учащихся умение выполнять чертеж по тексту задачи нужны специальные задания, способствующие формированию этого умения. Например, оформить чертеж к задаче: «Велосипедист ехал 2 ч с некоторой скоростью. После того, как он проедет еще 4 км, его путь станет равным 30 км. С какой скоростью ехал велосипедист?». Выполнение чертежа к данной задаче облегчает нахождение способа ее решения.

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru



Обратить внимание учащихся на четкое и правильное выполнение чертежей по тексту задачи, показать образцы оформления чертежей, обучить выполнению чертежей и рисунков.

Можно использовать прием, в некотором смысле обратный предыдущему: чтение чертежей, рисунков, выполненных по тексту задачи. Например, предложить учащимся чертеж и задание:



Не добавляя данных, составьте задачу. Для этого учащимся необходимо, осуществить анализ чертежа, понять, что в задаче идет речь о движении двух тел в противоположных направлениях из одного и того же места, скорости их движения известны, известно расстояние, которое будет или стало между ними в результате движения. В результате попыток сформулировать вопрос задачи учащиеся получают вывод, что в вопросе задачи речь должна идти о нахождении времени движения этих тел.

Пример текста составленной задачи: «С одной станции одновременно в противоположных направлениях вышли два поезда. Скорость одного из них 54 км/ч, а скорость другого – 72 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет равно 504 км?». Для этого необходимо правильно прочитать текст задачи, выделить данные и искомые связи между ними и осуществить переход от отвлеченных математических обозначений к словесному описанию задачи.

Таким образом, можно выделить содержание работы учителя и учащихся по формированию умений решать задачи на первом этапе процесса решения задачи:

I. Приемы, формирующие умение читать текст задачи:

- использование образцов чтения;
- предоставление времени для чтения;
- проведение специальной работы над текстом задачи.

II. Приемы работы над усвоением содержания задачи:

- изменение числовых данных задачи;
- изменение сюжета задачи;
- Изменение сюжета и числовых данных задачи.

III. Приемы, формирующие умения выделять вопрос и условие задачи:

- формулирование всевозможных вопросов задачи;
- формулирование необходимых данных для ответа на вопрос задачи;
- нахождение необходимых данных для ответа на вопрос задачи;
- составление задачи по ее вопросу.

IV. Приемы оформления краткой записи задачи:

- оформления краткой записи задачи в виде таблицы;
- оформления краткой записи задачи в виде схемы;
- оформления краткой записи задачи в строчку (столбик);
- чтение краткой записи задачи;
- установления соответствия между краткой записью и текстами задач;
- составление задачи по ее краткой записи.

V. Приемы оформления чертежей, рисунков по тексту задачи:

- оформление чертежа (рисунка) по тексту задачи при ее решении;
- оформление чертежа (рисунка) по тексту задачи;
- чтение чертежа (рисунка), выполненного по тексту задачи;
- установление соответствия между чертежом и текстами задач;
- составление задачи по рисунку (чертежу).

2. Приемы формирования умений находить способ решения задачи

Самый трудный вопрос методики обучения решению задач – как организовать работу обучающихся по проведению поиска решения задачи.

Содержание работы: анализ текста проводится до тех пор, пока не возникает какая-нибудь идея решения. Результатом этого этапа является план решения задачи. Проведение первичного анализа текста задачи позволяет подготовить учащихся к нахождению в тексте задачи искомых и данных, установлению связей между данными, искомыми, данными и искомыми. Вторичный анализ текста задачи: уточнение «искомого», выяснение того, в чем оно состоит, какими свойствами обладает, в какой связи находится с данными задачи.

При решении каждой задачи следует приучать учащихся отвечать на вопросы типа:

- О чем идет речь в задаче?

- Какие процессы рассматриваются в задаче? Сколько их, чем они характеризуются?

- В чем состоит вопрос задачи? Что является искомым?

- Какова связь между искомыми, данными, данными и искомыми?

- От чего зависят искомые (данные) задачи? и т.п.

Приемы работы:

- использование практических работ;
- использование задач с недостающими (противоречивыми, лишними)

данными;

- предъявление вспомогательной задачи;
- использование заданий типа: «Какие знания необходимы, чтобы ответить на вопрос задачи?».

Центральным звеном в процессе решения задачи является поиск способа ее решения, так как от выбора способа зависит решение всей задачи. Например, задача: «Из города А в город В выехал велосипедист. Через 3 ч после его выезда из города В навстречу ему выехал мотоциклист со скоростью 42 км/ч. через 2 ч после выезда мотоциклиста они встретились. Найдите скорость велосипедиста, если расстояние между городами А и В равно 144 км». После проведения анализа текста задача возникает идея решения, заключающаяся в том, что для ответа на вопрос задачи необходимо найти путь, пройденный велосипедистом, а для этого – путь, пройденный мотоциклистом, и время движения велосипедиста. Обсудив эту идею, учащиеся устно составляют план решения задачи. Необходимо найти:

1. Путь, пройденный мотоциклистом;
2. Путь, пройденный велосипедистом;
3. Время движения велосипедиста;
4. Скорость велосипедиста.

На втором этапе процесса решения задачи необходимо формировать у учащихся следующие умения:

1. Проводить вторичный (более детальный) анализ текста задачи;
2. Переводить словесный текст задачи на математический язык;
3. Устанавливать полноту постановки задачи;
4. Актуализировать теоретические знания, необходимые для решения задачи;
5. Осуществлять поиск и находить план решения задачи.

3. Приемы формирования умений оформлять найденный способ решения задачи

На третьем этапе процесса решения задачи осуществляется реализация найденного способа решения. Учащиеся самостоятельно оформляют запись найденного способа решения и его результата. Прежде всего, необходимо выбрать ту или иную форму записи найденного способа решения. Эта форма должна быть краткой и в то же время полной для возможного воспроизведения найденного способа решения задачи.

Необходимо показать образцы оформления найденных способов решения задачи. Демонстрация образцов заключается в том, чтобы обратить внимание учащихся на необходимость корректировки его правильности, с соотнесением условия задачи и ее вопроса.

Образцы различных форм записи найденного способа решения задачи.

1. *Вопросно-ответная форма записи*

Задача: «В одно и то же время из одного и того же пункта выехали в противоположных направлениях два лыжника, один – со скоростью 11 км/ч, другой - со скоростью 13 км/ч. Какое расстояние между лыжниками будет через два часа?»

а) осуществить поиск способа решения задачи;

б) записать вопросы и соответствующие им действия:

- Какова скорость удаления лыжников?

11 + 13 = 24 (км/ч)

- Каков путь, пройденный лыжниками за два часа?

24 · 2 = 48 (км)

Ответ: 48 км.

Запись вопроса обеспечивает сознательное решение по сравнению с записью одних только действий. Если уровень навыков у учащихся в письме достаточен, то следует практиковать решение задач с записью вопросов.

2. ***Запись решения задачи с последующими пояснениями***

Задача: «Из Петербурга в Москву в 9 ч утра выехала грузовая машина со скоростью 48 км/ч. В 10 ч из Москвы в Петербург выехала легковая машина со скоростью 82 км/ч. Какое расстояние было между двумя машинами в 12 ч того же дня, если между Москвой и Петербургом 650 км?».

Решение:

1) 12 – 9 = 3 (ч) – время в пути грузовой машины,

2) 48 · 3 = 144 (км) – путь грузовой машины,

3) 12 – 10 = 2 (ч) – время в пути легковой машины,

4) 82 · 2 = 164 (км) – путь легковой машины,

5) 144 + 164 = 308 (км) – путь, пройденный легковой и грузовой машинами,

6) 650 – 308 = 342 (км) – расстояние между легковой и грузовой машинами к 12 ч дня.

Ответ: 342 км.

3. ***Запись решения числовой формулой***

Например, 650 - 48 (12 – 9) + 82 (12 – 10) = 342 (км),

где 48 км/ч, 82 км/ч – скорость машины,

650 км – расстояние между городами,

12 – 9 (ч), 12 – 10 (ч) – время движения машин.

Такая форма записи обычно применяют при решении задач на вычисление площади (объема) геометрических фигур.

4. ***Запись решения задачи только действиями.***

5. ***Оформление решения задачи в виде рисунка, чертежа.***

6. ***Оформление решения задачи в виде таблицы, схемы.***

7. ***Оформление записи решения задачи составлением уравнения.***

Задача: *«Бригада намечала засеять поле в 120 га за определенный срок. Однако, перевыполняя запланированную ежедневную норму на 10 га в день, она сумела закончить сев на 2 дня раньше срока. Сколько гектаров засевала* *бригада ежедневно?».*

Решение:

I способ: Пусть х га – дневная норма бригады, тогда

(х + 10) га – фактическая норма засева бригады,

$\frac{120}{X}$ дн. – время, за которое бригада должна была засеять поле,

$\frac{120}{X+10}$ дн. – фактическое время засева,

$\frac{120}{X}-\frac{120}{X+20}$ дн. – разница во времени засева по плану и фактически, что по условию задачи составляет 2 дня.

$\frac{120}{X}-\frac{120}{X+20}=2,$ **$x(x + 10) \neq 0.$**

$120\,(x + 10) – 120\,x = 2x\,(x + 10),$

$120\,x + 1200 – 120\,x – 2x^2 – 20\,x = 0,$

$x^2 + 10x – 600 = 0,$ $Д = 2500,$ $x_1 = 20,$ $x_2 = -30.$

$x(x + 10) \neq 0,$ $20(20 + 10) \neq 0$ – верно.

$-30(-30 +10) \neq 0$ – верно

-30 – не удовлетворяет смыслу задачи.

20 га – ежедневная норма засева по плану.

20 + 10 = 30 (га) – ежедневная фактическая норма засева по плану.

После того, как найден ответ задачи, необходимо выполнить смысловую проверку по тексту задачи: если дневная норма засева намечалась 20 га, то все поле будет засеяно за 120:20 = 6 (дн.). По условию задачи бригада за день выполняла норму в 30 га, значит, всю работу выполнит за 120 : 30 = 4 (дн.), что должно быть на 2 дня раньше, чем по плану. Действительно, 6 – 2 = 4 (дн.)

Ответ: 30 га засевала бригада ежедневно.

II способ: Пусть за x дней бригада планировала засеять поле.

	Норма засева (га/дн)	Время (дн)	Площадь засева (га)
По плану	$\frac{120}{X}$	X	120
Фактически	$\frac{120}{X-2}$	X-2	120

$\frac{120}{X-2}-\frac{120}{X}$ (га/дн) – разница в норме засева по плану и фактически, что по условию задачи равно 10 га в день.

$\frac{120}{X-2}-\frac{120}{X}=10,$ **$x(x-2)\neq 0$.**

$120x-120(x-2)=10x(x-2)$

$120x-120x+240=10x^2-20x,$

$10x^2-20x-240=0,$

$x^2-2x-24=0,$

по теореме Виета:

Д $=100>0,$ $\begin{cases} x_1+x_2=2, \\ x_1\cdot x_2=-24; \end{cases}$

$x_1=6$, $x_2=-8$.

$6(6-2)\neq 0$ – верно,

$-8(-8-2)\neq 0$ – верно.

-8 – не удовлетворяет смыслу задачи.

За 6 дней бригада планировала засеять поле, за 6 – 2 = 4 (дня) – бригада засеяла поле.

$\frac{120}{6}=20$ (га/дн) – норма засева по плану, $\frac{120}{4}=30$ (га/дн) – фактическая норма засева.

Ответ: 30 га засевала бригада ежедневно.

4. Приемы формирования умений завершать работу над задачей

Когда ответ получен, то возникает вопрос: «Как организовать деятельность учащихся в процессе решения задачи на заключительном этапе ее решения?».

На заключительном этапе процесса решения задачи необходимо формировать у учащихся умения:

- давать оценку способа решения и его результата;
- осуществлять контроль решения задачи;
- уяснять способ по решению задачи;
- составлять новые задачи.

Четвертый этап процесса решения задачи – это этап проверки хода ее решения и его результата. Важно соотнести условие задачи, ее вопрос и полученный результат.

Основное содержание деятельности учащихся на заключительном этапе процесса решения задачи заключается в осмысливании выполненного решения задачи, повторении узловых моментов решения, составлении задач, выявлении условий возможности применения приемов, которые были использованы в данном решении.

Можно использовать разные приемы для формирования у учащихся умения осуществлять контроль при решении задач:

- воспитание у учащихся потребности контролировать каждый шаг решения задачи;
- осуществление пошагового контроля при решении задачи;
- проверка учащимися результата решения задачи путем соотнесения условий и требований задачи (прикидка на здравый смысл);
- решение задач несколькими способами;
- сравнение найденных способов решения;
- составление и решение задачи, обратной данной.

При решении задачи несколькими способами часто бывает более полезным, чем решение одним способом нескольких задач, так как при оценке способов ее решения используются такие умственные операции как анализ, сравнение, сопоставление, обобщение. Обучение решению задач различными способами требует использования тех или иных теоретических положений, что способствует успешному изучению математики.

Задача на закрепление правила сложения дробей с одинаковыми знаменателями: *«Для посадки леса высадили участок, площадь которого 300 га. Дуб высадили на* $\frac{3}{10}$ *участка, а сосну – на* $\frac{4}{10}$ *участка. Сколько гектаров занято дубом и сосной вместе?».*

Решение:

I способ:

1. Сколько гектаров занято дубом?

300: 10 · 3 = 90 (га)

2. Сколько гектаров занято сосной?

300 : 10 · 4 = 120 (га)

3. Сколько гектаров занято дубом и сосной вместе?

90 + 120 = 210 (га)

Ответ: 210 га.

II способ:

1. Какую часть участка занимают дуб и соска вместе?

$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$

2. Сколько гектаров занято дубом и сосной вместе?

300 : 10 · 7 = 210 (га).

Ответ: 210 га.

Можно предложить учащимся сравнить найденные способы решения задачи, выделить более рациональное решение. Предпочтение отдается обычно одному из них – тому, который требует меньшего числа или более легких операций, из которых складывается решение задачи.

После решения задачи можно предложить учащимся составить одну из **обратных задач** и решить ее, например, решена задача: «*Расстояние между двумя поездами, идущими навстречу друг другу, равно 300 км. Через сколько часов поезда встретятся, если будут идти без остановок, один со скоростью – 80 км/ч, другой – 70 км/ч*». Предлагается составить и решить задачу одну из обратных, например:

- *Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу выехали 2 поезда и встретились через 2 ч, идя без остановок. Найдите расстояние между пунктами, если скорость одного - 80 км/ч, а другого – 70 км/ч.*

- *Расстояние между двумя поездами, идущими навстречу друг другу, равно 300 км. Через 2 ч поезда встретились, идя без остановок. Найдите скорость одного из них, если скорость другого – 80 км/ч?.*

Составление задач, обратных данной помогает учащимся видеть структуру задачи, извлекать дополнительную информацию, заключающуюся в новых связях между данной и составленной задачей. Выполнение заданий на составление обратной задачи представляет собой новое упражнение, способствующее формированию умений решать задачи.

С целью обучения учащихся решать задачи необходимо предусмотреть использование следующих приемов:

- изменение числовых данных задачи;
- изменение сюжетного содержания задачи;
- изменение вопроса задачи;
- изменения условия задачи (добавление или изъятие какого-либо данного);
- изменение математического содержания.

В содержании заключительного этапа процесса решения задачи выделяются следующие приемы:

- контроль решения задачи;

- обсуждение задачи и способа ее решения;
- сравнение задачи с ранее решенными задачами;
- оценка результата и способа решения задачи;
- уяснение способа решения задачи;
- полное использование входной информации задачи;
- изменение текста задачи;
- формулировка выводов по решению задачи;
- составление обратных и аналогических задач.

6. Организация работы над задачей

Пример содержания работы учителя и учащихся на каждом этапе процесса решения задачи:

Задача *«Моторная лодка, развивающая в стоячей воде скорость 10 км/ч прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения, затратив на весь путь 7 ч. определите скорость течения реки».*

1. Решение задачи начинается с внимательного чтения задачи либо учителем, либо учеником, либо учащимися. Важно предоставить время учащимся для ознакомления с текстом задачи. Можно предложить учащимся прочитать текст задачи в целом.

С целью понимания («принятия») текста задачи целесообразно приучать учащихся отвечать на вопросы типа:

- Какие ситуации (процессы) рассматриваются в задаче? (О чем идет речь в задаче?)

-Сколько ситуаций в задаче?

- Чем (какими величинами) характеризуется каждая ситуация?

- Какие слова в тексте задачи нельзя «выбросить», чтобы не изменить способ решения задачи?

- Изменится ли способ решения задачи, если:

а) речь в задаче идет не о моторной лодке, а о катере, о плоте?

б) моторная лодка шла бы только по течению (или против течения) реки?

в) скорость лодки не 10 км/ч, а 15 км/ч, 5 км/ч, 50 км/ч, 3 км/ч?

2. Для наглядного представления текста задачи полезно оформлять краткую запись или чертеж задачи. Затем предложить учащимся ответить на вопросы:

-Назовите искомое задачи, данные задачи.

- Какова взаимосвязь между скоростью, временем и расстоянием; скоростью течения реки и скоростью лодки по течению реки (против течения); между скоростями лодки против течения и по течению реки?

- Каким действием находится скорость, если известно время и пройденный путь?

- Изменится ли способ решения задачи, если было бы известно не время, затраченное на весь путь, если:

а) время движения лодки по течению реки и время движения лодки против течения;

б) разница во времени движения лодки по течению и против течения;

в) время лодки по течению реки и против течения одинаковое?

3. Затем рассматриваются возможные способы оформления найденного решения задачи.

4. С целью контроля найденного решения задачи составляется задача, обратная данной и решается.

6. Обучение решению задач на «работу», «движение»

Задачи на «работу»

Задача: *«Артель лесорубов должна по плану ежедневно заготавливать 100 кубометров дров. Лесорубы, перевыполняя план, заготовляли ежедневно сверх нормы10 кубометров, поэтому на 5 дней раньше срока окончили заготовку дров. Сколько кубометров дров заготовили лесорубы?»*

Вопросы по тексту задачи?

1. Что значит «перевыполняя план», «сверх нормы»?
2. Каков объем работы по плану и фактически?

3. Как отличаются сроки выполнению по плану и фактически?

4. Когда лесорубы работали быстрее и почему?

Анализ текста задачи позволяет выделить следующие основы для составления уравнений (системы):

1) $A_{\text{по плану}} = A_{\text{фактически}}$

2) $V_1 : V_2 = t_2 : t_1$

3) $V_{\text{фактич.}} - V_{\text{по плану}} = 10$

4) $t_{\text{по плану}} - t_{\text{фактич.}} = 5$

Краткая запись задачи:

	V ($м^3$/дней)	**Т (дней)**	**А (ед./раб,)**
По плану	100 $м^3$		1
Фактически	На 10 $м^3$ >, чем по плану	На 5 дней >, чем по плану	1

I способ:

Пусть х дней – срок выполнения плана.

	V ($м^3$/дней)	**Т (дней)**	**А (ед./раб,)**
По плану	100 $м^3$	**Х**	1
Фактически	110	Х-5	1

Уравнение: $100 \cdot x = 110\,(x - 5)$, $x = 55$.

55 дней планировали заготавливать дрова. Объем заготовленных дров – 5500 $м^3$.

II способ:

Пусть х дней – срок выполнения плана.

Уравнение:

$$\frac{100}{110} = \frac{x-5}{x}.$$

III способ:

	V ($м^3$/дней)	**Т (дней)**	**А (ед./раб,)**
По плану	$\frac{1}{x}$	**Х**	1
Фактически	$\frac{1}{x-5}$	Х-5	1

Уравнение: $\frac{1}{x-5}$ - $\frac{1}{x}$ = 10.

IV способ:

Пусть х м^3 ежедневно заготавливали по плану.

Уравнение: $\frac{1}{x}$ - $\frac{1}{x+10}$ = 5.

V способ:

Пусть х м^3 дров всего должны заготовить по плану.

Уравнение: $\frac{x}{100}$ - $\frac{x}{110}$ = 5.

VI способ:

Пусть х дней – срок по плану; у дней – фактический срок.

Система: $\begin{cases} x - y = 5, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = 10 \end{cases}$

Анализ найденных способов решений поможет выбрать самый рациональный способ решения этой задачи. Наиболее рациональный – это V способ.

Проверка по смыслу задачи: планировали 55 дней заготавливать по 100 м^3 (55 · 110), т.е. заготовили 5500 м^3 дров, что соответствует реальному смыслу задачи.

Задачи на «движение»

Задача: *«Скорый поезд был задержан в пути на 10 минут. Чтобы наверстать потерянное время, перегон в 96 км поезд прошел со скоростью на 8 км/ч больше, чем полагалось по расписанию. Найдите скорость поезда по расписанию».*

При решении задачи следует обратить внимание на то, что весь путь скорого поезда нас не интересует, необходимо знать, как планировалось пройти перегон в 96 км и как пройден перегон фактически.

Краткая запись:

	V (км/ч)	t (ч)	S (км)
По расписанию		На $\frac{1}{6}$ ч >, чем фактически	96
Фактически	На 8 км >, чем по расписанию		96

В качестве основы для составления уравнения может быть выбрана одна из схем:

1) $t_1 - t_2 = \frac{1}{6}$, 2) $V_2 - V_1 = 8$, 3) $V * t = S$

I способ:

$\frac{96}{x} - \frac{96}{x+8}$ (ч) – разница во времени движения поезда по расписанию и фактически по условию задачи составляет $\frac{1}{6}$ ч.

Уравнение: $\frac{96}{x} - \frac{96}{x+8} = \frac{1}{6}$, $x_1 - 64$, $x_2 = -14$.

-14 – не удовлетворяет смыслу задачи,

64 км/ч – скорость поезда по расписанию.

II способ:

Пусть х ч потребуется фактически поезду на перегон, чтобы наверстать потерянное время.

	V (км/ч)	t (ч)	S (км)
По расписанию	$\frac{96}{x+\frac{1}{6}}$	$x + \frac{1}{6}$	96
Фактически	$\frac{96}{x}$	x	96

$\frac{96}{x} - \frac{96}{x+\frac{1}{6}}$ (км/ч) – разница в скоростях поезда фактически и по расписанию по условию задачи равна 8 км/ч.

Уравнение: $\frac{96}{x}-\frac{96}{x+\frac{1}{6}}=8$

За $\frac{4}{3}$ ч – фактически прошел поезд перегон.

$\frac{96}{\frac{4}{3}+\frac{1}{6}}=64$ (км/ч) – скорость поезда по расписанию.

Задачи на «было, изменили, стало»

Задача *«В одном баке 840 л воды, а в другом 4/7 того, что в первом. Из первого бака выливают в минуту в 3 раза больше, чем из второго. Через 5 минут в первом баке остается на 40 л меньше, чем во втором. Сколько литров воды выливают в минуту из второго бака?».*

Используется таблица со столбцами: было, изменили, стало для более наглядного представления текста задачи.

Было	Изменили		Стало
	1 минута	Время	
I бак 840	В 3 раза >, чем во II	5 мин	На 40 л <, чем во II
II бак $\frac{4}{7}$ от 840		5 мин	

I способ:

Пусть х л выливается за 1 мин из II бака

Было	Изменили		Стало
	1 минута	Время	
I бак 840	3х	15х	840 – 15х
II бак $\frac{4}{7}\cdot 840$	х	15х	480 – 5х

(480 - 5х) - (840 - 15х) л-разница количества воды во II-м и I-м баках по условию задачи составляет 40 л.

480 - 5х – 840 + 15х = 40,   х=40.

Смысловая проверка по тексту задачи найденного корня подтверждает, что из II бака выливается за 1 минуту 40 л воды. Ответ: 40 л.

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

II способ:

Пусть х л осталось в I баке, тогда

(х+40) л – во II баке,

840 - х (л) – вылилось за 5 минут из 1-го бака,

480 – х - 40 (л) – вылилось за 5 минут из 2-го бака,

$\frac{840 - x}{5}$ л – выливается за 1 мин из 1-го бака, что по условию задачи в 3 раза больше, чем выливалось за 1 мин из 2-го бака - $\frac{480 - x - 40}{5}$ л.

$\frac{840 - x}{5} = 3 \cdot \frac{440 - x}{5}$,

840 – х = 3*440 - 3х,

2х = 480, х = 240.

240 л осталось в 1-м баке, тогда во 2-м баке осталось 280 л. За 5 мин из 2-го бака вылилось 200 л, значит, за 1 мин выливается 40 л.

Смысловая проверка по тексту задачи: - удовлетворяет ли число 240 условием текста задачи. Действительно, за 5 мин из 1-го бака вылилось 840 - 240 = 600 (л), а из 2-го – 480 – 280 = 200 (л). Тогда за 1 мин из 1-го бака выливается 120 л, что действительно в 3 раза меньше 40 л, выливающихся за 1 мин из 2-го бака.

Делается вывод, какой способ наиболее приемлем для решения задачи.

Литература

1. Крысин А.Я., Руденко В.Н., Садкова В.И. и др. Поисковые задачи по математике. М.: Просвещение, 1979.
2. Кузнецова Л.В., Бунимович Е.А., Пигарев Б.П., Суворова С.Б. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. М.: Дрофа, 2007.
3. Матушкина З.П. Методика обучения решению задач. Учебное пособие. Курган, 2006.
4. Терешин Н.А., Терешина Т.Н. Сборник задач и примеров по алгебре 7-9 класс. М.: «Аквариум», 1997.
5. Фадеев Д.К., Ляшенко Н.Н., Никулин М.С., Соколовский И.Ф. Задачи по алгебре для 6-8 классов. М.: Просвещение, 1988.
6. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. М.: Просвещение, 1984.