Хижинская Маргарита Валентиновна

Государственное бюджетное образовательное учреждение

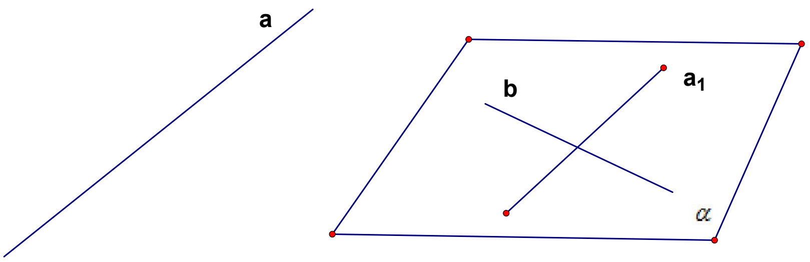
средняя общеобразовательная школа №298

г. Санкт-Петербург

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА.
РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ

Способы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми:

I способ: Расстояние между скрещивающимися прямыми a и b – это расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую, параллельно первой



Если

a ∸ b

$b \subset \alpha$

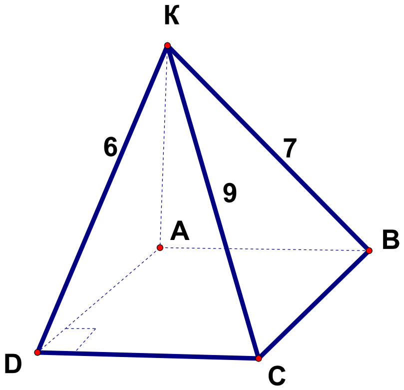
$\alpha \parallel$ a, то

$$\rho\,(a;b) = \rho\,(a;\alpha)$$

1) **Задача №1** (№150(б) из учебника Л.Г. Атанасяна)

   Дано: АК$\perp$(АВС)

   Найти: $\rho\,(AK;CD) = ?$



Решение: а)

$DC \subset (ABC)$

$KA \cap (ABC) = A$

$A \not\subset DC$, *следовательно*

АК $\dot{-}$ DC

б) $DC \not\subset (ABK)$

DCII AB

$AB \subset (ABK)$, следовательно DC II (ABK)

в) Получили:

АК $\dot{-}$ DC

$AK \subset (ABK)$

(ABK) II DC, следовательно $\rho\,(DC;AK) = \rho\,(DC;(ABK))$

г) DA $\perp$ AB, т.к. ABCD - прямоугольник

DA $\perp$ AК, т.к. КА $\perp$ (ABC)

DA $\subset$ (ABC)

AB $\cap$ AК = A

AB $\subset$ (ABК)

AК $\subset$ (ABК), следовательно AD $\perp$ (ABК), следовательно

$\rho\,(DC;(ABK)) =$ DA

в ΔВКС: $\angle B = 90^0$, т.к. ВС $\perp$ (АВК) (ВС $\perp$ АВ и ВС $\perp$ АК (т.к. АК $\perp$ (АВС); ВС $\subset$ (АВС))

DA = $\sqrt{81-49} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

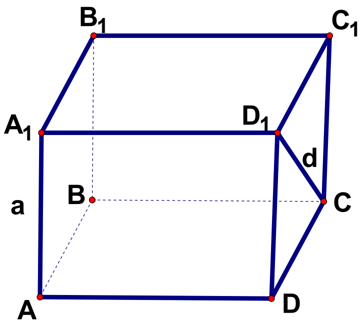
Ответ: $\rho\,(AK;CD) = 4\sqrt{2}$

2) **Задача №2**

Условие:

В кубе, длина ребра которого равна a, найти расстояние между ребром и диагональю, не пересекающей его грани

$\rho\,(AA_1; CD_1) = ?$



Решение: а)

$AA_1 \subset (AA_1D_1)$

$CD_1 \cap (AA_1D_1) = D_1$

$D_1 \not\subset AA_1$, *следовательно*

$AA_1 \dot{-} CD_1$

б) $AA_1 \not\subset (DD_1C)$

$AA_1 \parallel DD_1$

$DD_1 \subset (DD_1C_1)$, следовательно $AA_1 \parallel (DD_1C_1)$

в) Получили:

$AA_1 \dot{-} CD_1$

$D_1C \subset (DD_1C_1)$

$(DD_1C_1) \parallel AA_1$, следовательно $\rho\,(AA_1; D_1C) = \rho\,(AA_1; (DD_1C_1))$

г) $A_1D_1 \perp DD_1$

$A_1D_1 \perp D_1C_1$

$D_1C_1 \cap DD_1 = D_1$

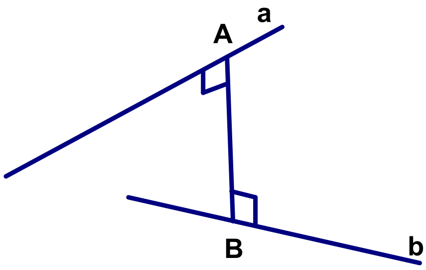
$D_1C_1 \subset (DD_1C_1)$

$DD_1 \subset (DD_1C_1)$, следовательно $A_1D_1 \perp (DD_1C_1)$, следовательно

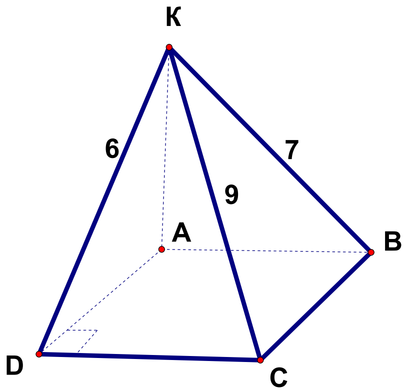
$\rho\,(AA_1; (DD_1C_1)) = A_1D_1$=a Ответ: $\rho\,(AA_1; CD_1) = a$

II способ:

Расстояние между скрещивающимися прямыми a и b – это длина их общего перпендикуляра



Вернёмся к задаче №1



Решение:

АК $\dot{-}$ DC

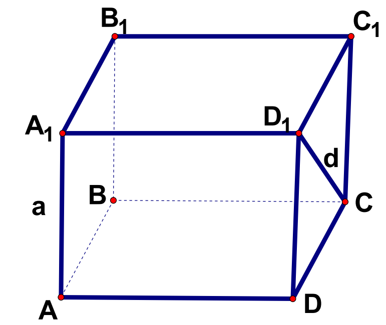
DA $\perp$ DC, т.к. ABCD - прямоугольник

DA $\perp$ AK, т.к. KA $\perp$ (ABC)

DA $\subset$ (ABC), следовательно DA – общий перпендикуляр скрещивающихся прямых AK и DC, следовательно

$\rho\,(AK;CD) =$ DA

Вернёмся к задаче №2



Решение:

$AA_1 \dot{-} CD_1$

$A_1D_1 \perp AA_1$

$A_1D_1 \perp D_1C$, т.к. $A_1D_1 \perp (DD_1C_1)$

$D_1C \subset (DD_1C_1)$, следовательно

D_1A_1 – общий перпендикуляр скрещивающихся прямых AA_1 и D_1C,

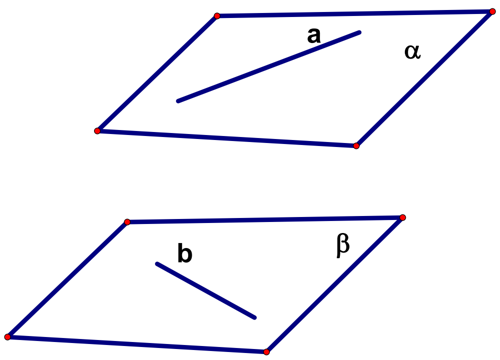
следовательно

$\rho\,(AA_1; CD_1) = A_1D_1$

Не всегда удобно найти или построить общий перпендикуляр

III способ:

Расстояние между скрещивающимися прямыми a и b – это расстояние между параллельными плоскостями, содержащими эти прямые



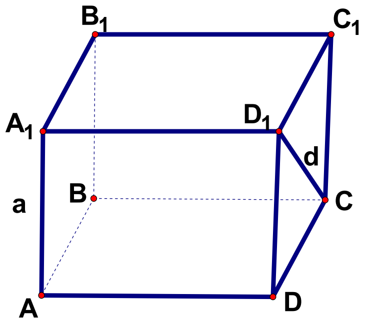
Решение:

$a \dot{-} b$

$a \subset \alpha; b \subset \beta$ $\alpha \parallel \beta$, следовательно $\rho\,(a;b) = \rho\,(\alpha;\beta)$

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

Рассмотрим задачу №2



Решение:

$AA_1 \dot{-} CD_1$

$A_1A \subset (AA_1B_1)$

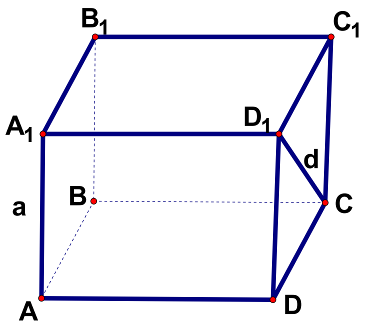
$D_1C \subset (DD_1C_1)$

$(AA_1B_1) \parallel (DD_1C_1)$, следовательно $\rho\,(AA_1; CD_1) = \rho\,(AA_1B_1);(DD_1C_1) = A_1D_1$

IV способ (универсальный):

Расстояние между скрещивающимися прямыми a и b – это расстояние между их проекциями на плоскость, перпендикулярную одной из них

Вернёмся к задаче №2



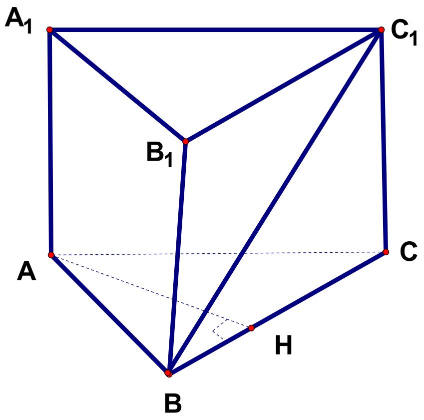
Решение:

$A\ A_1 \perp (ABC)$

$A = np_{(ABC)} AA_1$

$DC = np_{(ABC)} CD_1$, следовательно $\rho\,(AA_1; CD_1) = \rho\,(A; DC) = AD = a$

Пример задачи на этот способ



Найти: $\rho(AA_1; BC_1)$

Решение:

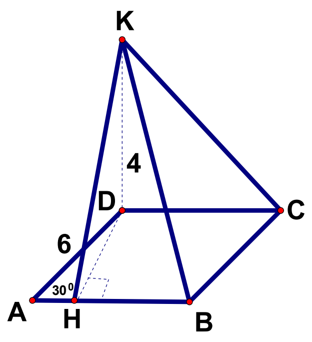
$A\ A_1 \perp (ABC)$

$A = np_{(ABC)} AA_1$

$BC = np_{(ABC)} C_1 B$, следовательно $\rho\,(AA_1; C_1B) = \rho\,(A; BC) = AH$

Задача на 1,2 и 4 способы:

Дано:



ABCD- параллелограмм

$K \notin (ABC)$

$DK \perp (ABC)$

$\angle A = 30^0$

AD=6

DK=4

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

Найти:

1) $\rho\,(AB;DK)$

2) $\rho\,(AB;CK)$

3) $\rho\,(BK;CD)$

Решение:

1. Найдём $\rho\,(AB;DK)$

Построим: $DH \perp AB$

Также $DH \perp DK$, т.к. $DK \perp (ABC)$

$DH \subset (ABC)$, следовательно $\rho\,(AB;DK) = DH$ (**2 способ**)

Рассмотрим Δ ADH: $DH = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$

Ответ: $\rho\,(AB;DK) = 3$

2. Найдём $\rho\,(AB;CK)$

$AB \not\subset (CDK)$

$CD \subset (CDK)$

AB II CD, следовательно AB II (CDK),

следовательно (**1 способ**) $\rho(AB;CK) = \rho(AB;(CDK)) = DH$ т.к.

$DH \perp DC$

$DH \perp DK$, т.к. $DK \perp (ABC)$

$DH \subset (ABC)$

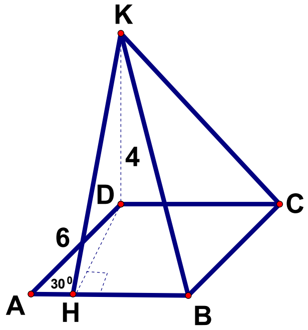
$DC \cap DK = D$
$DK \subset (DKC)$
$DC \subset (DKC)$

сл-но $DH \perp (DCK)$

$DH = 3$

Ответ: $\rho\,(AB;CK) = 3$

3. Найдём $\rho\,(BK;CD)$



- Рассмотрим (KDH):

$DC \perp KD$, т.к. $DK \perp (ABC)$

$DC \subset (ABC)$

$DC \perp HD$

$DH \cap DK = D$

$DK \subset (DKH)$

$DH \subset (DKH)$,

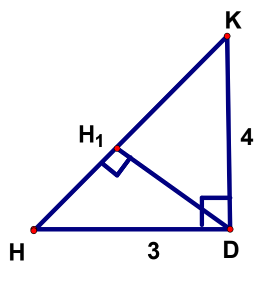
следовательно $DC \perp (KDH)$

- $D = np_{(DKH)}CD$

$KH = np_{(DKH)}KB$ т.к. $HB \perp HD$

$HB \perp KD$, следовательно $HB \perp (KDH)$

$\rho(BK;CD) = \rho(D;HK)$ **(4 способ)**



$HK = \sqrt{9+16} = 5$

$S_{DKH} = \dfrac{4\cdot 3}{2} = 6$

$6 = \dfrac{DH_1 \cdot 5}{2}$

$DH_1 = \dfrac{12}{5} = 2{,}4$

Ответ: $\rho\,(BK;CD) = 2{,}4$