Закуцкая Марина Владимировна

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение

лицей № 179

г.Санкт-Петербург

КОНСПЕКТ УРОКА ДЛЯ 10 КЛАССА ПО ТЕМЕ “ДЕЛИМОСТЬ”

I. Вводная часть.

Сегодняшний урок посвящён теме **“Делимость”**. Вы знаете, что в ЕГЭ есть задача на делимость – С6 и начать урок хочется с рассмотрения двух полярных точек зрения на эту задачу:

“За эту задачу лучше вообще не браться, только время потеряешь”

и

“не так страшен чёрт (С6), как его малюют”.

С одной стороны, такие понятия, как делитель, НОД, НОК и т.п. присутствуют в школьном курсе математики, с другой стороны, задач на делимость в школе обычно рассматривается мало, а жаль, так как развитие нестандартного мышления позволяет впоследствии находить выход из трудных жизненных ситуаций.

Цель урока – склонить участников и гостей ко второй точке зрения, т.е. обобщить имеющиеся теоретические знания по данной теме и применить их в решении базовых задач.

Для этого потребуется всего три вещи:

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

- знание теоретических основ;
- знание основных приёмов решения задач;
- озарение.

II. Основная часть.

1) Начинаем с проверки знания теории. На экране появляются вопросы, ученикам предоставляется право ответить на любой вопрос по их выбору. Вопрос, на который был дан верный ответ, с экрана исчезает. Используется здоровьесберегающая технология: ученик испытывает при опросе меньший стресс, если сам выбирает, на какой вопрос ответить, в соответствии с уровнем своей подготовленности.

2) Проверяем знание основных приёмов решения задач на делимость.

Задача 1.

Найти остаток от деления 17^{63} на 14.

Поступим следующим образом: один ученик будет писать решение, а второй рядом делать пояснения, ссылки на те свойства, которые используются в ходе решения. В случае затруднений можно обращаться к материалу слайда 4.

Здоровьесберегающая технология – учащиеся получают справочный материал, которым в случае затруднений при решении могут воспользоваться, без стеснения задать вопрос и т.п.

17 сравнимо с 3 по модулю 14	a – b делится на 14 без остатка (следствие из определения сравнимости по модулю m)
17^{63} сравнимо с 3^{63} по модулю 14	a≡b (mod m)→ $a^n \equiv b^n$ (mod m)(сравнимость натуральных степеней)
3^3 сравнимо с -1 по модулю 14	27 – (-1) = 28, 28 делится на 14
(3^3) в 21 степени сравнимо с – 1 по модулю 14	a≡b (mod m)→ $a^n \equiv b^n$ (mod m)
- 1 = 14 × (-1) + 13	Теорема о делении с остатком
17^{63} при делении на 14 даёт остаток 13	Транзитивность делимости

Задача 2.

Найти все такие натуральные а, что дробь $\frac{4a-3}{2a+1}$ является целым числом.

Каков способ решения? **Выделение целой части дроби**. Это можно сделать делением уголком и преобразованием числителя и последующим почленным делением числителя дроби на знаменатель. Два ученики вызываются по желанию.

$\frac{4a-3}{2a+1} = \frac{2(2a+1)-5}{2a+1} = 2 - \frac{5}{2a+1}$

Делители 5: ± 1; ± 5. Получаем:

2a + 1 = 1; a = 0 – не является натуральным

2a + 1 = - 1; a = -1 – не является натуральным

2a + 1 = 5; a = 2

2a + 1 = -5; a = -3 – не является натуральным

Ответ: при a = 2.

3) Теперь попробуем составить план решения ещё нескольких задач, которые затем вы решите самостоятельно в тетради для проверочных работ – здоровьесберегающая технология – перед началом работы учеником составлен план, что позволяет избежать стресса при написании проверочной работы.

Задача 3.

Сколько существует трёхзначных чисел, которые не делятся ни на 12, ни на 18?

1) Сколько всего трёхзначных чисел?
2) Сколько из них делится на 12?

3) Сколько из них делится на 18?
4) Каково НОК 12 и 18?
5) Сколько трёхзначных чисел делится на 36?
6) Сколько трёхзначных чисел не делится ни на 12, ни на 18?

Задача 4.

При каких натуральных значениях n значение выражения $\sqrt{n2+119}$ будет натуральным числом?

1) Обозначим данный корень через m.
2) Возведём обе части в квадрат.
3) Применим формулу разности квадратов.
4) Разложим число 119 на простые множители.
5) Рассмотрим все возможные случаи.
6) Отберём натуральные значения n.

План решения остаётся на доске. Все решают в тетрадях, 2 человека на задней части доски.

После сдачи тетрадей – самоконтроль, самооценка.

Ш. Подведение итога урока.

Конечно, в рамках одного урока рассмотреть большое количество задач на делимость невозможно, но рассмотренные задачи убедили нас в том, что **при последовательном решении с опорой на теоретические сведения** эти задачи решаемы, т.е. подтверждается справедливость известного высказывания Пойя о том, что для того, чтобы **научиться решать задачи, надо решать их**. Вы, надеюсь, не забыли ещё про одну составляющую успеха в решении задач на делимость – **озарение?**

В связи с этим – домашнее задание:

1) Найти все пары натуральных чисел (m; n) таких, что их сумма равна 42, а НОК равно 76.
2) Найти все пары натуральных чисел (m; n) таких, что их сумма равна 30, а НОД равен 6.
3) Найти остаток от деления $n^2 + 1$ на 3, если n + 2 кратно 3.
4) Делится ли $3^{2013} + 2^{2013}$ на 13?

Теоретические сведения для подготовки к уроку по теме “Делимость”

1. Определение. Целое число a **делится** на целое число b тогда и только тогда, когда найдётся такое целое число q, что выполняется равенство:

a = bq.

2. Определение. Натуральные числа, большие 1, делящиеся только на 1 и на само себя, называются **простыми**. Натуральные числа, имеющие более двух различных делителей, называются **составными**. Сама единица не относится ни к простым, ни к составным числам.

3. Определение. Наибольшее натуральное число, **на которое** делятся натуральные числа a и b, называется их **НОД** (наибольшим общим делителем). Наименьшее натуральное число, **которое делится на** натуральные числа a и b, называется их **НОК** (наименьшим общим кратным).

4. Определение. Если НОД двух натуральных чисел равен 1, то эти числа называются **взаимно простыми**.

5. Основная теорема арифметики.

Каждое натуральное число, большее 1, можно представить в виде произведения простых чисел (с точностью до порядка следования множителей).

6. Свойства.

1) Любое целое число a, не равное нулю, **делится на само себя (рефлексивность)**.

2) Любое целое число a **делится на 1**.

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

3) 0 делится на любое целое число, кроме нуля. Выражение $\frac{0}{0}$ не определено.

4) Если целое число a делится на целое число b, а целое число b делится на целое число c, то a делится на c **(транзитивность).**

5) Если целое число a делится на целые числа b и c, то a делится на их произведение только в том случае, если b и c взаимно просты **(делимость на произведение)**.

6) Если целые числа a и b делятся на целое число c, то их сумма и разность также делятся на b.

7) Если целые числа a и b имеют одинаковые остатки при делении на целое число m, то говорят, что они **сравнимы по модулю m**.

8) Если два целых числа сравнимы по модулю m, то и любые натуральные их степени сравнимы по модулю m.

9) Если два целых числа сравнимы по модулю m, то их разность делится на m (это следствие из определения сравнимости по модулю m).

10) Если целые числа a и b сравнимы по модулю m и числа c и d сравнимы по модулю m, то **a + b сравнимо с c + d** по модулю m и **ac сравнимо с bd по модулю m**.

7. <u>Теорема о делении с остатком</u>.

Для любой пары чисел a и b, где a – целое, b – натуральное, найдётся и притом только одна пара целых чисел r и q, что выполняется равенство $a = bq + r$, причём $0 \le r < b$.

Этап урока	Задачи	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Примерное время
Постановка проблемы	Мотивационная	Формулирует цель и задачи урока, демонстрирует слайд 1	Слушают учителя	2 мин.
Актуализация ранее полученных знаний	Мотивационная, здоровьесберегающая	Демонстрирует слайд 2; задает учащимся вопросы, связанные с понятием делимости	Отвечают на вопросы учителя, выбирая из предложенного списка вопрос по своим силам	10 мин.
Демонстрация приобретённых практических навыков	Информационная	Предлагает двум вызванным к доске учащимся решить задачу, содержащуюся на слайде 3 – одному – практически, другому – дать теоретическое обоснование решения Далее ещё два ученика решают задачу со слайда 4, используя два различных подхода к решению (предварительно обсуждённых с классом)	Один ученик пишет решение, другой – формулировки используемых в этом решении свойств делимости чисел	12 мин.
Поиск решения	Информационно-оценочная	Для задач со слайдов 5 и 6 учитель предлагает составить план решения	Учащиеся обдумывают план и рассказывают его вслух	5 мин.
Физкультминутка	**Здоровьесберегающая**	Предлагает учащимся выполнить несколько физических упражнений под музыку	Выполняют физические упражнения под руководством учителя	1 мин.
Применение алгоритма решения	**Систематизирующая, здоровьесберегающая**	Предлагает выполнить учащимся ту из двух задач, план решения которой наиболее понятен Если сидящие за одной партой выбрали одну и ту же задачу, учитель предлагает сесть по	Все учащиеся решают в тетрадях, двое – на заднее части доски	7 мин.

		одному		
Проверка самостоятельной работы	Систематизирующая, аналитическая	Учитель предлагает сдать тетради, проверить и оценить работу, выполненную на доске, а также свою собственную, проанализировать допущенные ошибки	Учащиеся выполняют требования учителя	5 мин.
Обобщение материала и выводы	Интеграция знаний	Подводит итог урока, комментирует оценки	Слушают учителя	1 мин.
Домашнее задание	Закрепление изученного материала	Предлагает работу из четырёх заданий; комментирует каждое, привлекая к ответу учеников	Слушают учителя, отвечают на вопросы	2 мин.

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru