Всероссийский фестиваль методических разработок "КОНСПЕКТ УРОКА", 2012-2013 учебный год

Денисова Тамара Николаевна

Государственное бюджетное образовательное учреждение

среднего профессионального образования московской области

«Ступинский авиационно-металлургический техникум им. А.Т.Туманова»

ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ

> «Игра — это жизненная лаборатория детства, дающая тот аромат, без которой эта пора её была бы бесполезна для человечества. В игре, этой специальной обработке жизненного материала, есть разумной школы детства»
>
> С.Т. Шацкий

Интерес — один из инструментов, побуждающий учащихся к более глубокому познанию предмета, развивающий их способности. Для воспитания и развития интереса к предмету преподаватель располагает в основном двумя возможностями: работой на уроке и внеклассной работой. Остановимся на дидактических играх, которые помогают систематически воспитывать интерес учащихся к математике. Игра-спутник человеческой жизни от колыбели до глубокой старости. «Игра — путь детей к познанию мира, в котором они живут и который призваны понять» - писал М. Горький. В играх развиваются и укрепляются чувства товарищества, солидарности, честности, правдивости и другие качества необходимые для коллективной работы и воспитания сознательной дисциплины. Игра является хорошей союзницей не только в воспитании учащихся, но и в обучении их, поэтому нам, преподавателям, необходимо периодически пользоваться играми или вводить элементы игры и на уроках, и во внеурочное время. Познание же математики через игры прививает к ней любовь, переходящую иногда в потребность заниматься этой наукой серьёзно.

Обобщающие уроки по пройденным темам я провожу в виде игры «Что? Где? Когда?». В задания игры по теме: «Производная и её приложения» входят: «блиц-опросы», задания, требующие знаний пройденного материала, занимательные задачи, логические паузы, исторический материал, сказки, математические софизмы, логические тексты, задачи производственного содержания, графические задания, экономические задания, презентации.

Тема урока: Обобщающий урок по теме «Производная и её приложения»

Цель урока:

1) *обучающая* – организовать самостоятельную деятельность учащихся по обобщению и систематизации знаний при нахождении производных функции и её приложениях.

2) *развивающая* – развитие навыков самоорганизации, умение работать в группе; анализировать свои действия; формирование умения проводить обобщения, переносить знания в новую ситуацию.

3) *воспитывающая* – развитие мотивации учения, раскрывая профессиональную и практическую значимость изучаемого материала; отработка навыков работать в группе.

Тип урока: обобщение и систематизация знаний учащихся.

Вид урока: урок выполнения упражнений и решения познавательных задач.

Ход урока

Сегодня у нас обобщающий урок по теме: «Производная и её приложения». Это урок мы проведём в виде телевизионной игры «Что? Где? Когда?».

Перед игрой проводим презентации:

1. Историческая справка о производной;
2. Определение производной;
3. Практическое использование производной;
4. Производная и исследование функции;
5. Презентация сказок.

На первый вопрос отвечают все команды (слайд 2).

Вопрос: кем был введён термин «Производная» и его обозначение?

Моделью ответа послужила игра «Поле чудес». Решая производные, обучающиеся отгадывали букву алфавита, которая соответствовала ответу при решении производных.

Упражнения: 1) $y=3x^2 - 5x$	$6x - 5$	л
$y'(3)$	$y'(3) = 13$	
2) $y= 2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}$	$(\sin x)' = \cos x$	а
$y'(0)$	$y'=1$	
3) $y = (2x + 1)^2$	$4(2x + 1)$	г
$y'(0)$	$y'(0) = 4$	
4) $y = e^{18x}$	$y'= 18\, e^{18x}$	р
$y'(0)$	$y'(0) = 18$	

5) $y = 2\ln x$	$y' = \frac{2}{x}$	а
$y\ (2)$	$y'\ (2) = 1$	
6) $y = x^3 + \sqrt{2}$	$y' = 3x^2$	н
$y'\ (\sqrt{5}\ )$	$y'\ (\sqrt{5}\ ) = 15$	
7) $y = 2x^2$	$y = 4x$	ж
$y'\ (2)$	$y'\ (2) = 8$	

Игра: «Что? Где? Когда?»

Группа разделена на 5 команд по 5 человек, в каждой группе есть капитан. В целях экономии времени на уроке условия упражнений и заданий даются обучающимся на слайдах. Обучающиеся, отвечающие правильно, вызываются к доске для обоснования своих ответов. Сначала игровой стол заняла одна из команд. Номера вопросов, обучающиеся получают с помощью юлы. Если команда затрудняется отвечать, то ответ даёт другая команда, которая правильно (первая) подготовила ответ, если отвечает правильно, то продолжает играть. Через каждые три вопроса игры - логические паузы. На подготовку ответов на вопросы даётся 1 минута.

В задании игры «Производная и её приложения» входят «блиц-опросы», расшифровки стихотворных определений, пословицы, ответы на вопросы, то есть задания, требующие хороших знаний и сообразительности. Баланс между развлекательностью и математикой выдержан точно: много заданий входит с практическим содержанием, физическим содержанием (связь с физикой), графические задания, геометрические задачи.

Вопросы к игре «Что? Где? Когда?»

по теме: «Производная и её приложения» (слайд 1).

I этап

1. Что будет производной Sкруга, как функции от радиуса и почему?

   $S(R) = \pi R^2$ $\quad S' = 2\pi R$ $\quad S' = c$

2. Тело удаляется от Земли по закону $S = A \cdot (t + c)^{\frac{2}{3}}$

Найдите закон, по которому меняется его скорость.

$$V = S' = \frac{2A}{\sqrt[3]{t+c}}$$

3. Движение точки по оси OX задано законом $x(t) = \frac{10}{t}$

   Найдите мгновенную скорость в момент t = 1.

   Обратите ваше внимание на знак скорости.

   $x'(t) = -\frac{10}{t^2} < 0$

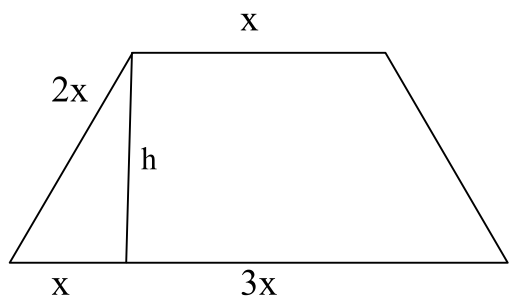
4. Пусть S (x) — площадь равностороннего треугольника со стороной x.

   НайдитеS'(4)

   $S'(x) = \frac{2x\sqrt{3}}{4}$ $\quad S'(4) = 2\sqrt{3}$

5. Пусть S(x) – площадь равнобочной трапеции, длины оснований которой равны xи 3x, а длина боковых сторон 2x.

   НайдитеS′(1)



$h = x\sqrt{3}$

$S(x) = \frac{3x+x}{2} \cdot x\sqrt{3} = 2x^2\sqrt{3}$

$S'(x) = 4x\sqrt{3}$ $\quad S'(1) = 4\sqrt{3}$

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

Задание всем командам

Конкурс «Кто быстрее?»

Задача из рассказа Л.Н. Толстого «Много ли человеку земли надо»

1.Рассказ Л.Н. Толстого «Много ли человеку земли надо».

В этом рассказе рассказывается о том, как крестьянин Пахом, который мечтал о собственной земле и собрал, наконец, желанную сумму, предстал перед требованием старшины:

«Сколько за день земли обойдешь, вся твоя будет за 1000 рублей. Но если к заходу солнца не возвратишься на место, с которого вышел – пропали твои деньги».

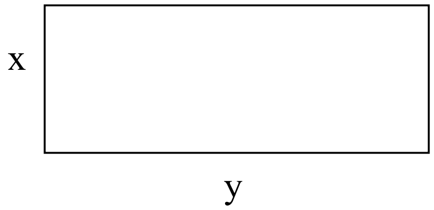
Выбежал утром Пахом, прибежал на место и упал без чувств, обежав четырехугольник периметром 40 км.

Наибольшую ли площадь при данном периметре получил Пахом?

$P = 40$

$S = \frac{2+10}{2} \cdot 13 = 78$ км

Наибольшую ли S при данном периметре получил Пахом?



$x + y = 20$

$S = x \cdot y$

$S = (20 - x) \cdot x$

$S' = -2x + 20$

$S' = 0;\ x = 10;\ x = y = 1$

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

Из всех прямоугольников данного P наибольшую S имеет квадрат. Пахом, например, мог бы пройти всего 36 км (P = 9 · 4) и иметь участок S = 9 ·9 = 81 км^2

6. Производная какой функции равна:

а) 0; б) $3x^2$; в) -1; г) 2x; ж) -2x

7. Найдите хотя бы одну пару значений a и b, чтобы выполнялось равенство:

а) $(ax + b)' = 2$ $a = 2$ b – любое

б) $(ax^b)' = x$ $a = \frac{1}{2}$ $b = 2$

Задание всем командам

Экономический смысл производной (слайд 3).

Химический смысл производной (слайд 4).

8. Найдите уравнение касательной к параболе $Y = X^2$, в т. M с абсциссой 3.

$y' = 2x$ $y'(3) = 6$ $y = 6x - 9$

9. Найдите т. графика $Y = X^3$в которых касательная образует с осью OX угол в 45°.

$tg\ 45^{\circ} = 1$ $3x^2 = 1$ $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$y'(x) = 3x^2$ $M_1\ (-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{9})$ $M_2\ (\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{9})$

$y'(1) = 1$

10. Чему равен угловой kкасательной, проведённой к параболе $Y = X^2$, в т.$X_0 = 1$

$y' = 2x$ $y'(1) = 2$ $k = 2$

11. Какой угол с осью OX образует касательная к параболе $y = x^2 + 1$ в т. M с абсциссой $x_0 = 0{,}5$.

$y' = 2x$ $y'(\frac{1}{2}) = 1$ $tg\lambda = 1$ $\lambda = 45^{\circ}$

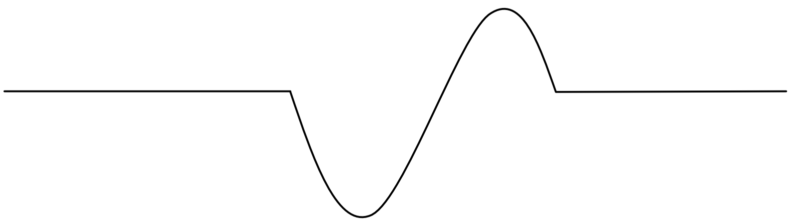
Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

Задание всем командам о движении автомобиля.

Конкурс «Кто быстрее?»

2. Отправимся в путь на автомобиле по шоссе из города А в город В. Будем внимательно приглядываться к рельефу дороги. Ровный участок дороги ассоциируется с термином «Константа». Дорога идёт под уклон – это монотонное убывание. Кончился спуск, и водитель включает газ, отмечая тем самым точку минимума. Дорожный знак указывает подъём, а у математиков на готове свой термин – монотонное возрастание. Перевалили через гребень холма – пройдена точка максимума. И снова начался спуск, т.е. монотонное убывание. На холмах дорога выпукла, в ложбинах вогнута. Не отмеченные дорожными знаками стыки таких участков дороги математики отметят про себя, как точки перегиба.

Объяснить, как должен проехать дорогу водитель языком водителя и математика.



12. Найдите тройку значений a, b, cтак, чтобы выполнялось равенство:

$(ax^b+ cx)' = 2x + 1$

a = 1 b = 2 c = 1

13. Решите неравенство(2 мин):

$f'(x) \le g' (x)$, если $f (x) = - x^3 + 3x – 1$

$g (x) = - 3x^2 + 3$

$- 3x^2 + 3 \le 6 + 6x$

$(- \infty ; - 3) \cup (1 ; + \infty)$

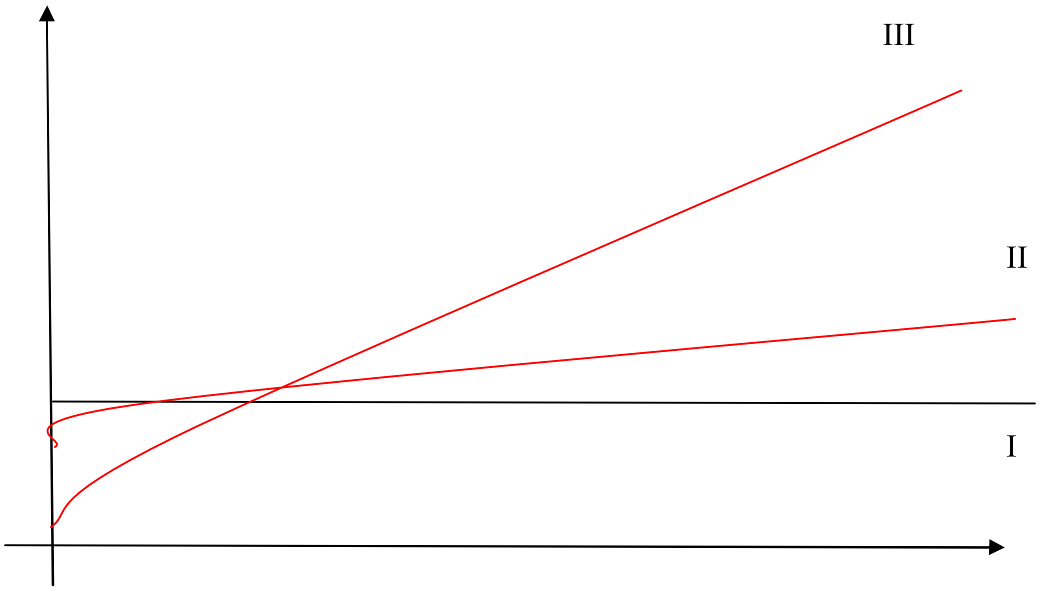
14. Найдите производную: $(\sin^2x + \cos^2x)'$ 0

15. Найдите производную: $y = 2^{\log_2 3x}$ $(3x)'$

16. Найдите производную: $2\ \sin 2x \cdot \cos 2x$ в т. $x = 0$ $y'(0) = 4$

17. Обсуждая успехи своего ученика, учитель математики так отозвался о нём: «Он очень мало знает, но у него положительная производная». Все поняли, что хотел сказать учитель: скорость приращения знаний у ученика положительная, а это есть залог того, что его знания возрастут.

Подумайте, как вы могли бы охарактеризовать три разные кривые роста знаний, изображённых на рисунке.



18. Производная – это скорость. А что такое скорость? Прочтём диалог между водителем-женщиной и полицейским, взятый из знаменитых «Феймановских лекций по физике».

- Мадам, Вы нарушили правила уличного движения. Вы ехали со скоростью 90 км/ч.

- Простите, это невозможно. Как я могла проехать 90 км/ч, если я еду всего 9 минут.
- Я имею в виду, мадам, что если бы Вы продолжали ехать таким же образом, то через час Вы бы проехали 90 км.
- Если бы я продолжала ехать, как ехала ещё час, то налетела бы на стенку в конце улицы!
- Ваш спидометр показал 90 км/ч.
- Мой спидометр сломан и давно не работает.

Как видите, полицейский не смог объяснить, что такое 90 км/ч. А вы смогли бы?

Конкурс сказок по теме «Приложения и её производная».

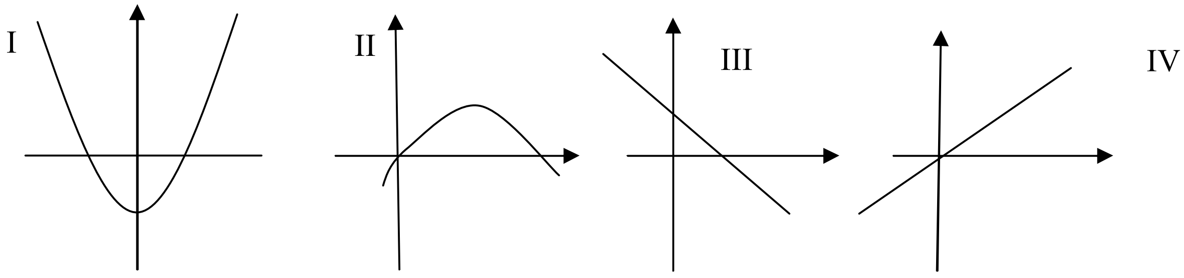
(презентация одной из сказок)

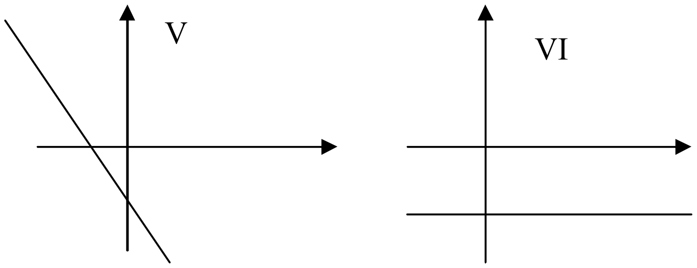
19. Расшифруйте стихотворение (слайд 5):

В данной функции от икс, нареченной Y,	$y(x_0)$
Вы фиксируйте X, отмечая индексом	$y'(x_0)$
Придаёте Вы ему тотчас приращение,	$y(x_0 + \Delta x)$
Тем у функции самой вызвав изменение.	$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x)$
Приращений тех теперь, взявши отношение,	$\Delta y/\Delta x$
Пробуждение к нулю ΔX стремление.	$\Delta x \to 0$
Предел такого отношения вычисляется.	$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$
Он производной в науке называется.	$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

20. Блиц – опрос №1
    1. Что представляет собой график функции, выраженной пословицей (свойства): «Чем больше в лес, тем больше дров».
    2. Что такое производная? min с т. перегиба?
    3. Чему равна производная функции $y = e^{\ln x}$

21. На рисунке изображены графики. Объедините их в пары «функция – её производная» (слайд 6).





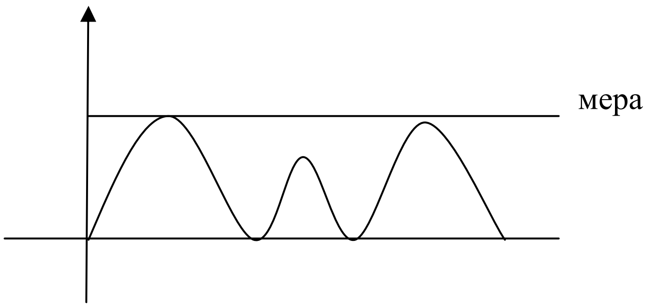
(1; 4)

(2; 5)

(3; 6)

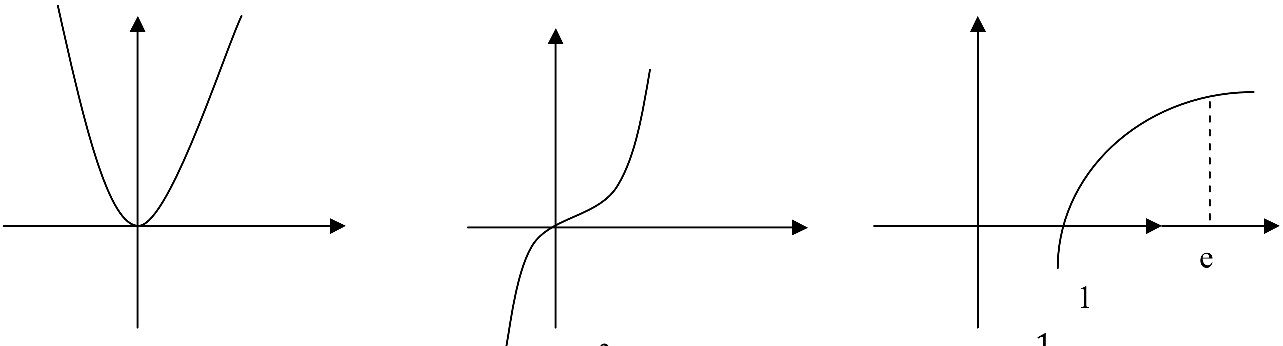
22. Блиц – опрос №2

1. Что представляет собой график функции, выраженной пословицей: «Выше меры конь не скачет»



2. Что такое дифференцирование?
3. Чему равна производная функции $y = \sin^2 3x + \cos^2 3x$. 0

23. 24. По заданному графику, постройте график её производной (слайд 7).



$y' = 2x$ $y = 3x^2$ $y = \frac{1}{x}$

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

25.Блиц – опрос №3

1. Найти производную функции заданной в стихотворной форме:

   - Ах, как томительны вечные спуски,

   Как утомительны вечные взлёты,

   В каждой ложбинке, на каждой вершине –

   Тщетной надеждой – мечтать о привале,

   Об остановке, о передышке. (sinx)′= cosx

2. Чему равна производная $\sqrt{3}$

3. Геометрический смысл производной. $|f'(x) = 0|$

26. Найдите значения переменной X, при которых верно равенство:

(sinx)′ = (x-5) x = 2πn, n ∈Z

27. Найдите значения производной

$y = \frac{\sin x}{\cos x}$, в т. $x_0 = \frac{\pi}{4}$ $\left(\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{4}} = 2 \right)$

28. Что больше $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ или $g'\left(\frac{\pi}{6}\right)$

f(x) = sin x иg (x) = cos x

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $g'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) > g'\left(\frac{\pi}{6}\right)$

29. Найдите g′ (-1), если g(x) = (x - 1) $\cdot\sqrt{x+2}$ (3x + 3)

30. Блиц – опрос №4

1. Найдите производную функции, заданной пословицей «Как аукнется, так и откликнется».

2. Чему равна производная функции: y = sin $\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

3. Физический смысл производной.

II этап

1.Две материальные точки движутся прямолинейно по законам

$S(t) = 2{,}5\,t^2 - 6t + 1$ и $S_2 = 0{,}5\,t^2 + 2t - 3$

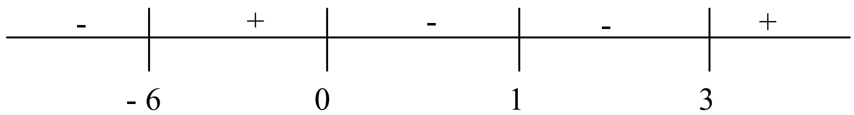
В какой момент времени скорости их равны. $t = 2c$

2. В какой точке касательная к графику функции: $y = -x^2 + 4x - 3$, параллельна оси абсцисс.

3. В какой точке параболы: $y = 0{,}5x^2 - x$, касательная к ней наклонена к оси абсцисс под углом $\frac{\pi}{4}$.

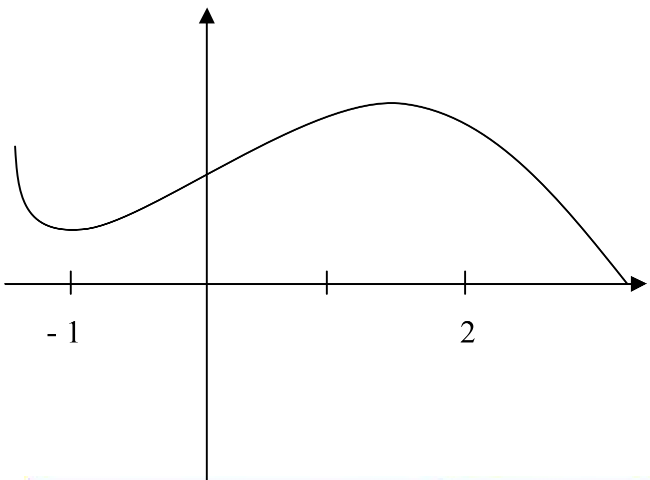
4. Известно, что производная функции f на отрезке $[-7; 8]$ меняет свой знак, причём $f'(x) < 0$ на промежутке $[-7; 2]$ и $f'(x) > 0$ на промежутке $[2; 8]$. Опишите характер изменения функции на промежутке $[-7; 8]$.

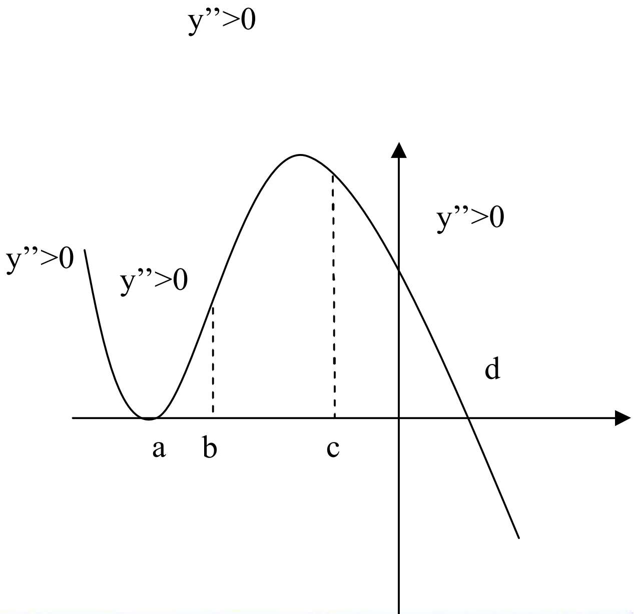
5. Знак производной меняется по схеме, изображенной на рисунке.



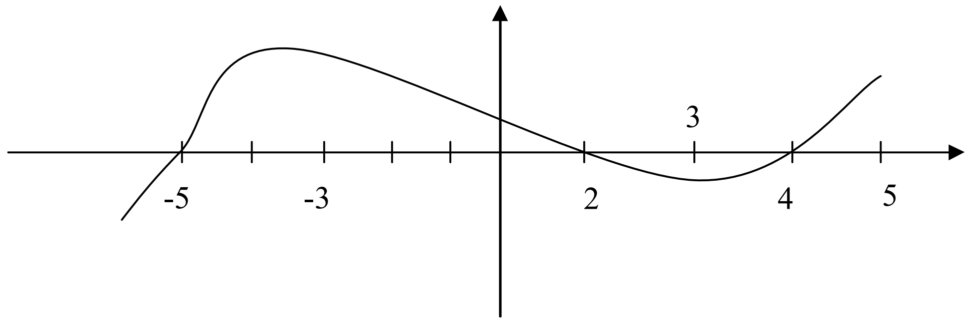
Определите, на каких промежутках f убывает и на каких возрастает.

6. По характеру изменения графика функции, укажите, на каких промежутках производная положительна, на каких отрицательна.





7. По графику определите знак производной fна промежутке$[-5;2]$; $[-2;3]$; $[3;5]$.



8. Опишите последовательность операций, которые нужно выполнить при отыскании промежутков возрастания, убывания.

9. Найти промежутки монотонности $y = (x-1)^2$

10. Функция fнепрерывна в точке $x_0 = 2$, причём $f'(x) < 0$ на промежутке $[0;2]$ и $f'(x) > 0$ на промежутке $[2;3]$. Является ли точка $x_0 = 2$ экстремальной точкой. (x_0 – min)

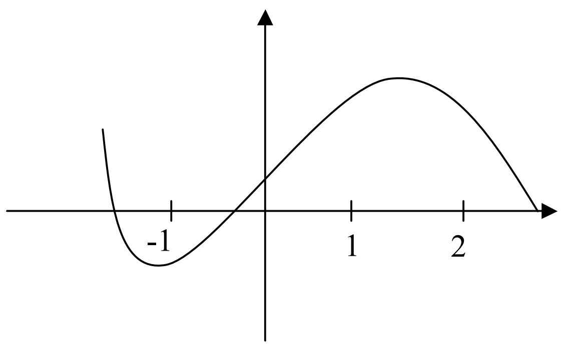
11. Являются ли точки -3 и 2 критическими, если функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[-3;2]$. (нет)

12. Может ли значение f в точке максимума быть меньше её значения в точке минимума. (да)

13. Объясните, почему перечисленные ниже функции не имеют точек экстремума.

$y = \frac{1}{x}$ $y = \mathrm{tg}x$ (f' во всех точках D имеет одинаковый знак)

14. Укажите на графике функции точки абсцисс, в которых $f'(x) = 0$



x = -1

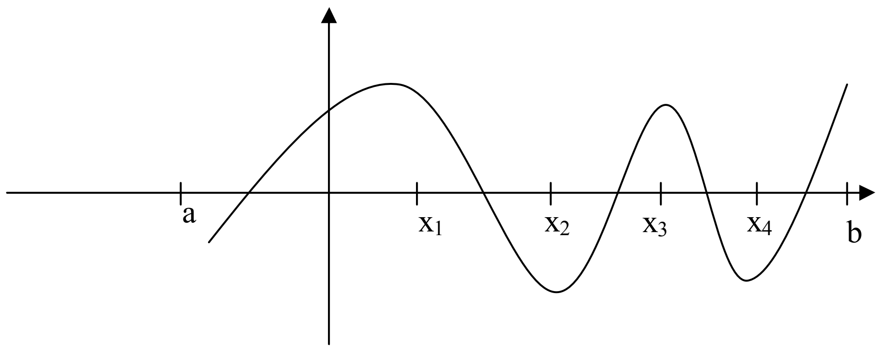
x = 2

15. Исследуйте f на экстремум

$f(x) = x^2 + x - 2$ ($x = -\frac{1}{2}$ min)

16. На рисунке изображен график функции $f(x)$, заданный на отрезке $[a; b]$. Найдите:

1) точки min, max;
2) точки, в которых f принимает наибольшее и наименьшее значение на $[a; b]$.



17. Известно, что на отрезке $[a; b]$ имеет максимумы, равные 2 и 5, и минимум равный 1, $f(a) = -3$; $f(b) = 0$. Чему равно наименьшее и наибольшее значение функции. (-3; 5)

18. На отрезке $[a; b]$ максимум равен 4, минимум равен 2 и -1. Каких условий не достаёт для того, чтобы определить наибольшее и наименьшее значение функции на $[a; b]$? (Значений f на концах $[a; b]$)

19. На рисунке изображены графики функции и касательные к ним в т. А. укажите функцию, производная в т. А равна 1 (слайд 8).

20. На рисунке изображён график функции. Найти точку максимума функции (слайд 9).

21. Укажите формулу, которой задана функция $y = f(x)$ (слайд 10).

22. Укажите график функции $f(x) = -x^4 + 2x^2$ (слайд 11).

23. Логический тест (слайд 12)

После игры подводиться итог и выставляются оценки.

Подведение итогов.

1. Преподаватель и капитаны подсчитывают общее количество очков, набранных командами, и определяют команду – победительницу.
2. Капитан совместно со своими игроками обсуждают работу каждого участника игры и выставляют оценку.
3. Преподаватель анализирует работу каждой команды и выставляет оценки в журнал.

Нашу встречу хочу завершить словами:

Чтобы каждый раз, уходя с урока математики, вы вслед за поэтом могли сказать:

«Шестой урок, доска бела от мела,
Рука устала, затекла спина.
Мы друг на друга смотрим очумело,
Но всё-таки задача решена.
Додумались, достигли, раскололи
Орешек тот, однако же смогли
Забыв и про кино и о футболе
Звонку не рады, вот до чего дошли».

Спасибо всем!

Список литературы:

1. И.Я. Виленкин «Алгебра и начала анализа» 9-10 кл.

Москва «Просвещение» 2010 г.

2. Журналы «Математика в школе»
3. В.Г. Коваленко «Дидактические игры на уроках математики»

Москва «Просвещение» 2008 г.

4. С.Р. Сефибеков «Внеклассная работа по математике»

Москва «Просвещение» 2006 г.

5. «Сборник задач по алгебре и началам анализа для 9-10 кл.»

Москва «Просвещение» 2005 г.

6. «Устные упражнения по алгебре и началам анализа»

Москва «Просвещение» 2001 г.

7. А.И. Худобин «Сборник задач по алгебре и элементарным функциям»

Москва «Просвещение» 2005 г.

8. Л.В. Тарасов «Математический анализ»

Москва «Просвещение» 2009 г.

9. Интернет - ресурсы.

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru