Закуцкая Марина Владимировна

Государственное бюджетное образовательное учреждение лицей № 144

Г.Санкт-Петербурга

ОТКРЫТЫЙ УРОК В 11 КЛАССЕ ПО ТЕМЕ “УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ”

Здравствуйте, уважаемые гости, ученики! Пожалуйста, садитесь.

Ввожу наших гостей в курс дела. В настоящее время мы изучаем производную и ее применение для исследования функции. Это очень важная тема, т.к. любые процессы, происходящие в природе и обществе, могут быть описаны функциями, а если у нас будет инструмент исследования функции, и мы будем уметь им пользоваться, то мы сможем предсказать течение интересующего нас процесса.

Тему сегодняшнего урока мы сформулируем чуть позже. А сейчас попрошу ответить на вопрос: что общего у прямых $x = 1$ и $y = 2x - 1$ по отношению к параболе $y = x^2$? Совершенно верно: и та, и другая прямая имеют с параболой только одну общую точку. А как мы называли прямую, которая имеет с кривой только одну общую точку? Вроде бы касательная? Но тогда получается, что это определение не работает, потому что прямая $x = 1$ нашим представлениям о касательной не соответствует. Следовательно, мы столкнулись с необходимостью ввести более четкое определение касательной.

Несомненно, что касательная – это прямая. А любая прямая задается уравнением вида $y = kx + b$, где коэффициент k равен тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс, а b – это отрезок оси Oy от начала отсчета до точки пересечения с данной прямой. Таким образом, нам предстоит выяснить, что представляют собой k и b в случае касательной, т.е. вывести уравнение

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.ru
konf-zal@mail.ru

касательной, а значит, тема сегодняшнего урока (формулируют ученики) - “Уравнение касательной“.

Говоря о геометрическом смысле производной, мы с вами уже упоминали, что касательная является предельным положением секущей (продемонстрирвать видео).

Рассмотрим чертеж. Нам дан график непрерывной функции y = f(x). На графике зафиксирована точка M_0 с координатами (x_0,y_0). Пусть x_0 получит приращение Δx, соответственно y_0 получит приращение Δy, и мы будем иметь дело с точкой M_1 с координатами $(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$.

Устремим к нулю приращение аргумента Δx, тогда в силу непрерывности функции y = f(x) Δy тоже устремится к нулю. Поэтому точка M_1 будет неограниченно приближаться по кривой к точке M_0, а секущие MM_1, MM_2 и т.д. перейдут в положение касательной МК. При этом угол φ будет стремиться к углу α, т.е. $\lim_{\Delta x\to 0}\varphi = \alpha$, а значит, и $\lim_{\Delta x\to 0} tg\,\varphi$ = tg α = k, но, с другой стороны, $\lim_{\Delta x\to 0} tg\,\varphi = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$. Таким образов, мы получили, что $k = f'(x_0)$. Осталось найти b. Подставим в уравнение y = kx + b x_0 и y_0. Получим, что $b = y_0 - k\,x_0$, т.е. $b = f(x_0) - f'(x_0)\,x_0$.

Подставим найденные значения k и b в уравнение y = kx + b.

Получим: $y = f'(x_0)x + f(x_0) - f'(x_0)\,x_0$, вынесем за скобку $f'(x_0)$, получим:

$$\boxed{y = f'(x_0)(x - x_0)+ f(x_0)}$$

Теперь, после того, как мы вывели уравнение касательной, мы можем уточнить, что касательная – это такая прямая, угловой коэффициент которой равен значению производной функции в точке касания.

При выполнении каких заданий нам часто бывало нужно уравнение касательной, но мы пользовались другими – менее рациональными - способами решения? Правильно – при решении заданий с параметрами. Теперь мы можем

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.ru
konf-zal@mail.ru

в полной мере пользоваться уравнением касательной, а для того, чтобы это было легко, составим алгоритм написания уравнения касательной:

1. Найти f'(x).
2. Найти $f'(x_0)$.
3. Найти $f(x_0)$.
4. Подставить найденные значения в уравнение касательной, упростить и написать ответ в форме y = kx + b.

Предложить ученикам прочитать пункты алгоритма:

1. Найти производную функции.
2. Вычислить значение производной функции в точке x_0.
3. Вычислить значение функции в точке x_0
4. Подставить найденные значения в уравнение касательной, упростить и написать ответ в форме y = kx + b.

Как вы думаете, от чего зависит степень сложности написания уравнения касательной? Правильно – от того, насколько сложно будет найти производную самой функции.

Рассмотрим простейшие примеры, написав уравнения касательных к графикам функций $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = \ln x$, $y = e^x$, $y = \sin x$ в каких- нибудь точках (самой выполнить вывод уравнения на доске).

Дома вы отработаете навык написания уравнения касательной на примерах 5.19-5.29, все под буквой а). Перед этими упражнениями есть текст параграфа, полезно его прочитать для лучшего понимания.

Должна вам также сказать, что в этой теме ("Уравнение касательной") мы не только будем писать сами уравнения, но и отвечать на другие вопросы, связанные с касательной. Круг этих вопросов я сейчас вам обрисую, чтобы вы представляли перспективы.

Например:

1) Какой угол образует касательная к графику данной функции с осью абсцисс?

2) В каких точках касательные к графику данной функции параллельны? перпендикулярны?

3) В какой точке касательная к графику функции будет параллельна оси абсцисс или прямой $y = a$?

4) Какой угол образуют между собой графики данных функций (углом между кривыми называется угол между касательными, проведенными в точке пересечения прямых).

Понятно, что при ответе на любой из этих вопросов нужно уверенное владение техникой дифференцирования и алгоритмом написания уравнения касательной.

Сейчас самостоятельно выполняем в тетрадях № 5.30. К доске – по два человека.

Для тех, кто все сделал: написать алгоритмы выполнения заданий.

Подвести итог урока.

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.ru
konf-zal@mail.ru