Маховер Михаил Сергеевич

Государственное бюджетное образовательное учреждение

«Гимназия №11» Василеостровского района Санкт-Петербурга

Жувикина Ирина Алексеевна

Государственное бюджетное образовательное учреждение

средняя школа № 352 Красносельского района Санкт-Петербурга

УРОК ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ.
МОДЕЛЬ БАНКОВСКОГО ПРОЦЕССА В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ

В разработке данного урока предлагается методика обучения решению одного из типов задания №17 на ЕГЭ по математике профильного уровня, традиционно вызывающего существенные сложности у выпускников.

Экономические задачи (задание №17 ЕГЭ по математике профильного уровня) имеют повышенный уровень сложности и многие участники экзамена даже не приступают к их решению, поскольку они слишком сильно отличаются от их повседневной учебной практики и требуют особых навыков и достаточного уровня математической культуры. Если учитель готовит выпускной класс к решению таких задач, то его цель показать, в чем существенные особенности этих заданий, какие стороны математической подготовки выпускника хотят выявить организаторы экзамена, и на их проработку нацелить свои усилия.

В первую очередь, при решении задания №17 от выпускника требуется умение создать математическую модель процесса, в данном случае – процесса эволюции денежной массы при наложенных условиях банковского процента и алгоритма выплат. Чтобы достигнуть такого умения, тот, кто руководит подготовкой выпускника, должен научить его не бояться вводить и оперировать абстрактными величинами. Необходимо ввести удобные обозначения для суммы кредита, процентной ставки, выплат, остатка долга и т.д. и с помощью этих обозначений надо попытаться «прожить» весь банковский процесс. В результате участник экзамена должен вывести основное уравнение, решение которого и даст искомую величину. Покажем это на примере решения одной из задач. [1]

Задача. 15 января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Решение. Пусть A - сумма кредита, S- полная сумма денег, выплаченная в результате погашения кредита. По условию задачи нам требуется найти, сколько процентов от величины A составляет величина S. Эта величина складывается из ежемесячных выплат. Обозначим выплату в i −ом месяце через p_i, i изменяется от 0 до n – срока выплаты кредита. В данной задаче $n = 18$. Пусть долг по кредиту в конце i −ого месяца составляет R_i, а d - ежемесячное уменьшение суммы долга.

Согласно введенным обозначениям, имеем $R_0 = A$, $R_n = 0$. Первое из равенств означает, что до начала выплат долг по кредиту совпадает с самой суммой кредита, а после последней выплаты обращается в ноль. Пусть банковский процент равен r, по условию задачи $r = 0{,}02$. Теперь все готово к построению математической модели банковского процесса.

Итак, к концу первого месяца имеем долг по кредиту

$$R_1 = A(1+r) - p_1 = A - d. \qquad (1)$$

Смысл данной цепочки равенств заключается буквально в следующем. В начале месяца к сумме кредита A добавились процентные начисления в размере Ar и была проведена первая выплата p_1, в результате чего сумма долга R_1 стала меньшей исходной суммы A на величину ежемесячного уменьшения суммы долга d. Выразим из соотношения (1) размер первой выплаты

$$p_1 = A(1+r) - (A-d) = Ar + d. \qquad (2)$$

Аналогично (1) и (2) найдем долг по кредиту к концу второго месяца R_2 и сумму второй выплаты p_1

$$R_2 = (A-d)(1+r) - p_2 = A - 2d; \qquad (3)$$

$$p_2 = (A-d)(1+r) - (A-2d) = Ar + (1-r)d. \qquad (4)$$

Продолжая дальше эту процедуру, придем к

$$R_3 = (A-2d)(1+r) - p_3 = A - 3d; \qquad (5)$$

$$p_3 = (A-2d)(1+r) - (A-3d) = Ar + (1-2r)d. \qquad (6)$$

Внимательное изучение формул (1)-(6) позволяет выявить закономерность их образования и написать выражения для долга R_i по кредиту в конце $i-$ ого месяца и p_i- выплату в i $-$ом месяце

$$R_i = (A-(i-1)d)(1+r) - p_i = A - id; \qquad (7)$$

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.ru
konf-zal@mail.ru

$$p_i = (A-(i-1)d)(1+r)-(A-id) = Ar + (1-(i-1)r)d. \qquad (8)$$

Из смысла введенных обозначений $R_0 = A, \quad R_n = 0$, а также условия, что долг ежемесячно должен уменьшаться на одну и ту же величину, можно сделать вывод, что

$$d = \frac{A}{n}\ . \qquad (9)$$

Нам требуется найти, какую долю (в процентах) составляет полная сумма выплат S от начальной суммы кредита A. Для того, чтобы найти величину S, необходимо просуммировать выплаты p_i для всех $i-$ номеров месяцев платежей, т.е. от 1 до 18. Чтобы облегчить процесс суммирования запишем выражение (8) в чуть ином виде

$$p_i = Ar + (1-(i-1)r)d = Ar + d - (i-1)rd = p_1 - (i-1)rd. \qquad (10)$$

Соотношение (10) показывает, что величины p_i образуют арифметическую прогрессию с первым членом, равным p_1, а разностью - $-rd$. Найдем сумму первых n членов этой прогрессии

$$S = \sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{2p_1-(n-1)rd}{2}\, n. \qquad (11)$$

Используя в (11) выражения (2) для первого члена прогрессии p_1 и (9) для величины ежемесячного уменьшения долга d, для полной суммы выплат S получим

$$S = \frac{2Ar + \frac{2A}{n} - nr\frac{A}{n} + r\frac{A}{n}}{2}\, n = \frac{A}{2}(r(n+1)+2). \qquad (12)$$

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.ru
konf-zal@mail.ru

Окончательно, для искомой величины отношения полной суммы выплат S к начальной сумме кредита A из выражения (12) найдем

$$\frac{S}{A} = \frac{r(n+1)}{2} + 1. \tag{13}$$

Наконец, осталось подставить в найденное выражение числовые значения

$$\frac{S}{A} = \frac{0{,}02 \cdot 19}{2} + 1 = 1{,}19. \tag{14}$$

Поскольку по условию задачи требуется дать ответ в процентах, то переведя эту величину в проценты, получим 119%.

Ответ: 119%.

Список литературы

1. Математика. Профильный уровень. Типовые тестовые задания. Под. ред. И.В. Ященко. М.: Экзамен, 2018.

ISSN 2223-4063
www.konf-zal.ru
konf-zal@mail.ru