Афанасьева Галина Анатольевна

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Средняя общеобразовательная школа №78»

Город Северск, Томская область

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК ПО АЛГЕБРЕ В 8-ОМ КЛАССЕ ПО ТЕМЕ: «КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний, углубленное изучение свойств квадратного уравнения.

Образовательные цели: повторить теоретический материал; обеспечить закрепление теоремы Виета, расширить понятие числа, познакомить с решением квадратных уравнений на множестве комплексных чисел; обратить внимание учащихся на решение квадратных уравнений $ax^2+bx+c=0$, в которых $a+b+c=0$; привить навыки устного решения таких уравнений.

Воспитательные цели: способствовать выработке у школьников желания и потребности обобщения фактов, развивать самостоятельность и творчество.

Оборудование к уроку:

1. Тест «Квадратные уравнения».
2. Таблицы: а) теорема Виета,

б) свойство квадратных уравнений.

3. Компьютер для слайдовой презентации.
4. Математическая газета «Расширение понятия числа».

Ход урока.

I. Орг. момент.

Учащимся сообщаются цели урока:

1. Контроль знаний с помощью тестирования (тест на заполнение пропусков, чтобы получилось верное определение, формулировка, правило).
2. Решение задач на применение прямой и обратной теорем Виета.
3. Решение квадратных уравнений на множестве комплексных чисел.
4. Изучение нового свойства квадратных уравнений.

II. Повторение пройденного материала.

1. Тест «Квадратные уравнения» (проводится в двух вариантах).

I вариант.

1. …уравнением называется уравнение $ax^2+вx+c=0$, где $a, в, c$ – заданные числа, $a\neq 0$, x – переменная.

2. Уравнение $x^2=a$, где $a>0$, имеет корни $x_1=\ldots;\ x_2=\ldots.$

3. Уравнение $ax^2=0$, где $a\neq 0$, называют … квадратным уравнением.

4. Уравнение $ax^2+вx=0$, где $a\neq 0,\ в\neq 0$, называют …квадратным уравнением.

5. Если $ax^2+вx+c=0$ - квадратное уравнение $(a\neq 0)$, то $в$ называют … коэффициентом.

6. Корни квадратного уравнения $ax^2+вx+c=0$ вычисляют по формуле $x_{1,2}=\dfrac{\ldots\pm\sqrt{\ldots}}{\ldots}$.

7. Приведённое квадратное уравнение $x^2+px+q=0$ совпадает с уравнением общего вида, в котором $a=\ldots,\ в=\ldots,\ c=\ldots.$

8. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+px+q=0$, то справедливы формулы $x_1+x_2=\ldots,\ x_1\cdot x_2=\ldots.$

II вариант.

1. Если $ax^2+вx+c=0$ - квадратное уравнение, то a называют …коэффициентом, c-…членом.

2. Уравнение_$x^2=a$, где $a<0$, не имеет ….

3. Уравнение вида $ax^2+c=0$, где $a\neq 0,\ c\neq 0$, называют …квадратным уравнением.

4. Корни квадратного уравнения $ax^2+вx+c=0$ вычисляют по формулам

$x_1 = \dfrac{-\ldots-\ldots}{2a}$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{-\ldots+\ldots}{2a}$

5. Квадратное уравнение $ax^2 + вx + c = 0$ имеет два различных действительных корня, если $в^2 - 4ac \ldots 0$.

6. Квадратное уравнение вида $x^2 + px + q = 0$ называют $\ldots$.

7. Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна $\ldots$коэффициенту, взятому с $\ldots$знаком, а произведение корней равно $\ldots$члену.

8.Если числа p, q, x_1, x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = \ldots$, то x_1 и x_2 – корни уравнения$\ldots$

2. Устная работа. Даны задания на определение вида квадратного уравнения. В каждом из столбиков уравнения собраны по определённому признаку. Найти уравнение лишнее в каждой группе.

а)		б)	
	1. $2x^2 - x = 0$		1. $x^2 - 5x + 1 = 0$
	2. $x^2 - 16 = 0$		2. $9x^2 - 6x + 10 = 0$
	3. $4x^2 + x - 3 = 0$		3. $x^2 - 3x - 1 = 0$
	4. $2x^2 = 0$		4. $x^2 + 2x - 2 = 0$

Ответы:

а) 3 уравнение лишнее, т.к. это полное квадратное уравнение, а остальные – неполные квадратные уравнения;

б) 2 уравнение лишнее, т.к. это полное квадратное уравнение общего вида, а остальные приведённые квадратные уравнения.

- Как можно решить приведённое квадратное уравнение?

По формуле корней квадратного уравнения и по теореме Виета.

- Сформулировать теорему Виета.

При работе с данной теоремой используется таблица (слайд) №1.

$$\boxed{\begin{array}{l} x^2 + px + q = 0 \\ x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{array}}$$

- А можно ли использовать теорему Виета при решении квадратного уравнения общего вида $ax^2 + вx + c = 0$?

$$ax^2+вx+c=0/:a$$
$$x^2+\frac{в}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$x_1+x_2=-\frac{в}{a}$$
$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

Идёт работа с другой таблицей (слайд) №2.

III. Закрепление раннее изученного материала.

- Выполнение заданий с использованием прямой и обратной теоремы Виета.

1. Задание. (Условие заранее написано на доске или проектируется через компьютер, слайд №3)

Дано уравнение: $x^2-6x+5=0$

Не решая его, найти:

1) сумму корней …
2) произведение корней …
3) квадрат суммы корней …
4) удвоенное произведение корней …
5) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1\cdot x_2}=$
6) подобрать корни …

2. Задание (устно) (слайд №4).

		x_1+x_2	$x_1\cdot x_2$	$x_1=\ldots, x_2=\ldots$
1	$x^2-3x-4=0$			
2	$x^2-9x+14=0$			
3	$2x^2-5x-18=0$			
4	$3x^2+15x+1=0$			

-В каком из этих уравнений корни будут иметь одинаковый знак? Различные знаки? Для приведённых квадратных уравнений найдите подбором корни и выполните проверку.

3. Задание. Составить квадратное уравнение, если известны его корни. (Идёт коллективная работа над выполнением этого задания).

Пусть $x_1 = -2, x_2 = \frac{9}{2}$.

Решение: если $x_1 + x_2 = -2 + \frac{9}{2} = \frac{5}{2}, \quad -p = \frac{5}{2}$, то $p = -\frac{5}{2}$, а $q = -9$, тогда

$$x^2 - \frac{5}{2}x - 9 = 0 / \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 - 5x - 18 = 0$$

4. Задание. (Самостоятельная работа в двух вариантах, одновременно двое учеников работают у закрытой доски)

Составить квадратное уравнение. I вариант: $x_1 = 5, \quad x_2 = 6 \quad (x^2 - 11x + 30)$

II вариант: $x_1 = -5, \quad x_2 = 6 \quad (x^2 - x - 30)$.

IV. Знакомство с новым материалом.

а) Расширение понятия числа.

1. Задание. Решить квадратное уравнение, используя формулы общую и с чётным коэффициентом.

$x^2 - 4x + 13 = 0$

1) $a = 1, в = -4, c = 13, \qquad Д = -36, \quad Д < 0$

2) $a = 1, к = -2, c = 13, \qquad Д_1 = -9, \quad Д_1 < 0$

При данном значении дискриминанта уравнение не имеет решений на множестве действительных чисел.

(Учитель сообщает ученикам, что и при этом условии вполне можно найти корни квадратного уравнения. Для этого необходимо расширить понятие действительного числа множеством комплексных чисел, с которым ученики познакомились на факультативных занятиях по математике). С сообщением о новом множестве чисел выступает ученик, который и знакомит с ходом решения данного уравнения на множестве комплексных чисел.

Решение:

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{-36}}{2} = \frac{4 + i\sqrt{36}}{2} = \frac{4 + 6i}{2} = 2 + 3i$$

$$x_2 = \frac{4 - \sqrt{-36}}{2} = \frac{4 - i\sqrt{36}}{2} = \frac{4 - 6i}{2} = 2 - 3i$$

Вывод. Количество корней соответствует степени квадратного уравнения:

1) два действительных корня,
2) два совпадающих корня,
3) два комплексных числа.

б) Изучение нового свойства квадратных уравнений.

- Мы умеем решать квадратные уравнения различными способами: выделением квадрата двучлена, по формуле корней, с помощью теоремы Виета; убедились, что уравнение данного вида всегда имеет два корня (действительные или «мнимые» числа).

Познакомимся ещё с одним способом решения квадратных уравнений, который позволит легко и быстро находить его корни.

(Знакомство с новым свойством идёт через проверку домашнего задания. На слайде №5 записаны квадратные уравнения, которые нужно было решить дома).

№	уравнение	корни	сумма коэффициентов
1.	$x^2 + x - 2 = 0$	$x_1 = 1,\ x_2 = -2$	1+1-2=0
2.	$x^2 + 2x - 3 = 0$	$x_1 = 1,\ x_2 = -3$	1+2-3=0
3.	$x^2 - 3x + 2 = 0$	$x_1 = 1,\ x_2 = 2$	1-3+2=0
4.	$5x^2 - 8x + 3 = 0$	$x_1 = 1,\ x_2 = \frac{3}{5}$	5-8+3=0

Учащимся предлагается после заполнения таблицы определить некоторую закономерность:

1) в корнях этих уравнений,
2) в соответствии между отдельными коэффициентами и корнями,
3) в сумме коэффициентов.

По ходу работы учащиеся формулируют следующее правило.

Если в уравнениях $ax^2+вx+c=0,$ где $a+в+c=0,$ то один из корней равен 1, а другой по т. Виета равен $\frac{c}{a}$.

Запись в тетрадях. Таблица (слайд №6).

$$\boxed{\begin{array}{l} ax^2+вx+c=0 \\ a+в+c=0 \\ x_1=1; \quad x_2=\dfrac{c}{a} \\ (\text{если } a=1,\ x_1=1,\ x_2=c) \end{array}}$$

V. Закрепление материала.

1. Задание. Решить устно квадратные уравнения, которые можно взять из учебника.

1) $3x^2-7x+4=0$
2) $5x^2-8x+3=0$
3) $6y^2-6y+1=0$

2. Самостоятельная работа (выполняется взаимопроверка работ). (Задания заранее записаны на доске или проектируются с помощью компьютера, слайд №7)

I вариант.

№	уравнения	$a+в+c$	x_1	x_2
1.	$x^2+23x-24=0$	0	1	-24
2.	$2x^2+x-3=0$	0	1	-3/2
3.	$-5x^2+4{,}4x+0{,}6=0$	0	1	-0,12
4.	$\frac{1}{3}x^2+2\frac{2}{3}x-3=0$	0	1	-9

II вариант.

№	уравнения	$a+в+c$	x_1	x_2
1.	$x^2+15x-16=0$	0	1	-16
2.	$5x^2+x-6=0$	0	1	-6/5
3.	$-2x^2+1{,}7x+0{,}3=0$	0	1	-0,15

4.	$\frac{1}{4}x^2+3\frac{3}{4}x-4=0$	0	1	-16

VI. Задание на дом.

1.Придумать несколько уравнений, которые решаются с применением данного свойства.

VII. Итог урока.

Вернуться к целям, которые были поставлены на начало урока. Все ли вопросы удалось рассмотреть, на что нужно обратить внимание? Что нового для себя узнали?

Сообщение по теме: «Понятие комплексного числа».

Кроме привычных действительных (буквально - «реально существующих») чисел нам приходится рассматривать ещё числа вида $\sqrt{-A},$ т.е. $\sqrt{-4}, \sqrt{-16},$ где A – положительное действительное число. Что это за числа, как их «потрогать руками» - всё это вопросы, не имеющие ответа. Мы просто договорились считать, что они есть, и вполне естественно, что такие числа были названы мнимыми, т.е. «нереальными». Но кое-что о мнимых числах мы всё же знаем. Например, что при возведении в квадрат они дают отрицательные числа ($i^2=-1$). Поскольку –A=A•(-1), то $\sqrt{-A}=\sqrt{A}\bullet\sqrt{-1}$, а $\sqrt{A}$ - это обычное действительное число. Значит, любое мнимое число можно получить исходя из единственного мнимого числа $\sqrt{-1}$, если умножить его на подходящее действительное число. Число $\sqrt{-1}$, играющее роль «строительного блока» в мире мнимых чисел называют «мнимой единицей» и по предложению Леонарда Эйлера обозначают буквой «*i*» - (от латинского слова мнимый). Итак: комплексным числом называют выражение вида *a+вi,* где *a* и *в* - действительные числа, а *i* – мнимая единица. Например: $1+\sqrt{-4}=1+\sqrt{4}\cdot\sqrt{-1}=1+2\sqrt{-1}=1+2i$.

Литература:

1. Жохов В.И., Макарычев Ю.Н. Дидактический материал по алгебре для 8 класса. М.: Просвещение, 2007.144 с.
2. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра. Учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение. 2013, 265 с.
3. Математика, т. 11. «Энциклопедия для детей»